

## 南部理論と物性物理学

東京大学大学院理学系研究科 青木秀夫

要旨：南部理論と物性物理学との深いかかわりを、南部理論とBCS理論とのかかわり、南部・ゴールドストーン定理、南部理論と超伝導とアンダーソン・ヒッグス機構、などの観点から解説する。

## 1 はじめに

ギリシャ人は「自然は真空を嫌う」といったが、「自然は対称性も嫌う」。2008年のノーベル物理学賞を受賞された南部先生の受賞理由である「対称性の自発的破れ」の意義深いところは、物理学の中心的な概念である「対称性」が単に物理現象を支配しているというのなら、きれいとはいえ、やや退屈であるのに対して、実は対称性が自発的に破れる現象が自然界には多く存在し、しかも破れた後に色々面白いことが起きるといふ、奥の深い、普遍的な原理となっている点であろう。実際、自発的対称性の破れが無かったとしたら、素粒子（従って物質）に質量はない。自発的対称性の破れは非常に一般的な概念なので、物性物理学と素粒子物理学を包含する基本的概念である（図1）。実際、南部理論 [1] が構築されたのは、固体物理学における重要な現象である超伝導を基にしており、物理概念が物性から素粒子に輸出された例の一つといえる。この解説では、超伝導を中心に、南部理論と物性物理学との深い関連、素粒子と物性とのフィードバックを解説することにより、南部理論の背景や深みを味わう一つの路を紹介したい。

## 2 超伝導のBCS理論と南部理論のつながり

対称性の自発的破れという概念自身は、昔から固体物理で知られており、教科書的にいえば、強磁性体に対して、ハイゼンベルク (Heisenberg) がスピンの回転 ( $SU(2)$ ) 対称性の自発的破れを1920年代に論じたあたりが事始めであろう。これに対して、南部理論に決定的な動機を与えたのは超伝導である。あまたある対称性の自発的破れの中で、超伝導は最も基本的な、波動関数（正確には凝縮体 (condensate)）の位相 ( $U(1)$  ゲージ) の対称性破れに伴う現象である。しかも、単純なボソンのボース凝縮とは違い、フェルミオン系の対称性破れというユニークな特徴をもっており、これが南部理論を誘発したのは偶然ではないともいえる。超伝導は実験的に20世紀初頭に発見され、それ以来固体物理学における最大の問題の一つとなったが、約半世紀謎の地位を保った。実際、ランダウ (Landau) やファインマン (Feynman) など多くの一流物理学者の探求をかわしたのちに、1957年にバーディー

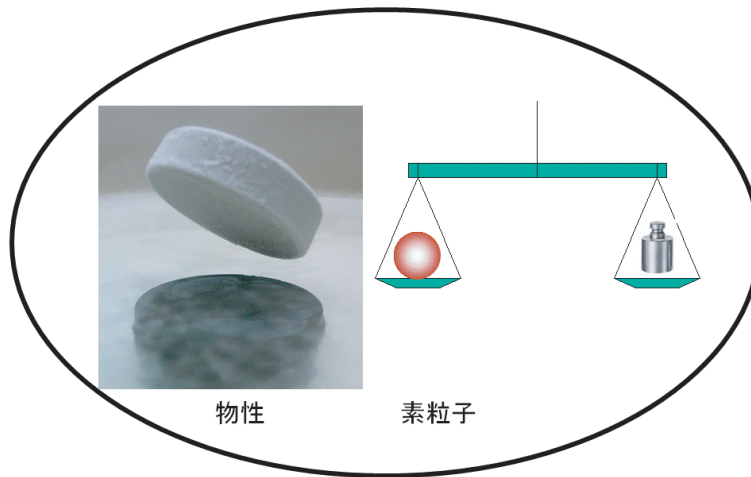


図 1

図 1: 対称性の自発的破れという見方からは、超伝導（左パネル：マイスナー効果のために磁気浮上する超伝導体）と素粒子の質量（右パネル）は共通の物理を含む。

ン (Bardeen), クーパー (Cooper), シュリーファー (Schrieffer) による BCS 理論が出て解決した。これによると、超伝導は BCS 状態という、粒子数不定で波動関数の位相が確定した状態をとり、これはクーパー対のボース凝縮により起きている（詳しくいうと、この言い方は不正確で、BCS-BEC（ボース・アインシュタイン凝縮）クロスオーバーという、それ自身面白い問題等と関連するが、ここでは本論からそれる）。

さて、以上は超伝導の基底状態についての話であるが、実は、対称性の自発的破れで面白いのは、「基底状態の性質が決まると、励起状態の性質もある程度決まってしまう」ことである。超伝導の場合、BCS 状態は粒子数不定状態であり（位相を確定するには、こうする必要があった）この基底状態からの励起は、BCS の翌年に提出されたボゴリューボフ (Bogoliubov) 理論が示したように、電子と正孔の両方を巻き込むようなものになっており、このために、常伝導状態では普通のエネルギー分散（フェルミ・エネルギー近傍で、波数  $k$  に線形）をもっていたのが、「準位反発」して「エネルギー・ギャップ」が発生する（これは、以下で説明するように場の理論では質量が発生することに相当する；図 2）。我々が超伝導の講義をするときも、超伝導の本質はゲージ対称性の破れと、それに伴うエネルギー・ギャップやマイスナー効果である（ゼロ抵抗は、これからの帰結に過ぎない）ということ強調する [2]。「質量」について具体的にいうと、超伝導の BCS 状態からの励起は、ボゴリューボフ理論によると、BCS ハミルトニアンに、 $\alpha_{\mathbf{k}\uparrow} = u_{\mathbf{k}}c_{\mathbf{k}\uparrow} - v_{\mathbf{k}}c_{-\mathbf{k}\downarrow}^{\dagger}$ ,  $\alpha_{-\mathbf{k}\downarrow}^{\dagger} = u_{\mathbf{k}}c_{-\mathbf{k}\downarrow} + v_{\mathbf{k}}^*c_{\mathbf{k}\uparrow}^{\dagger}$  という、電子の生成消滅演算子  $c^{\dagger}, c$  を混ぜるような変換（ここで  $\mathbf{k}$  は電子の波数、矢印はスピン、 $u_{\mathbf{k}}, v_{\mathbf{k}}$  は  $|u_{\mathbf{k}}|^2 + |v_{\mathbf{k}}|^2 = 1, u_{\mathbf{k}}v_{\mathbf{k}} = |\Delta(\mathbf{k})|/2E(\mathbf{k})$  を満たす係数）を施すと、固有エネルギーは  $E(\mathbf{k}) = \sqrt{\xi(\mathbf{k})^2 + |\Delta(\mathbf{k})|^2}$ （ここで  $\xi(\mathbf{k}) \sim k$  は化学ポテンシャルから測った運動エネルギー、 $\Delta(\mathbf{k})$

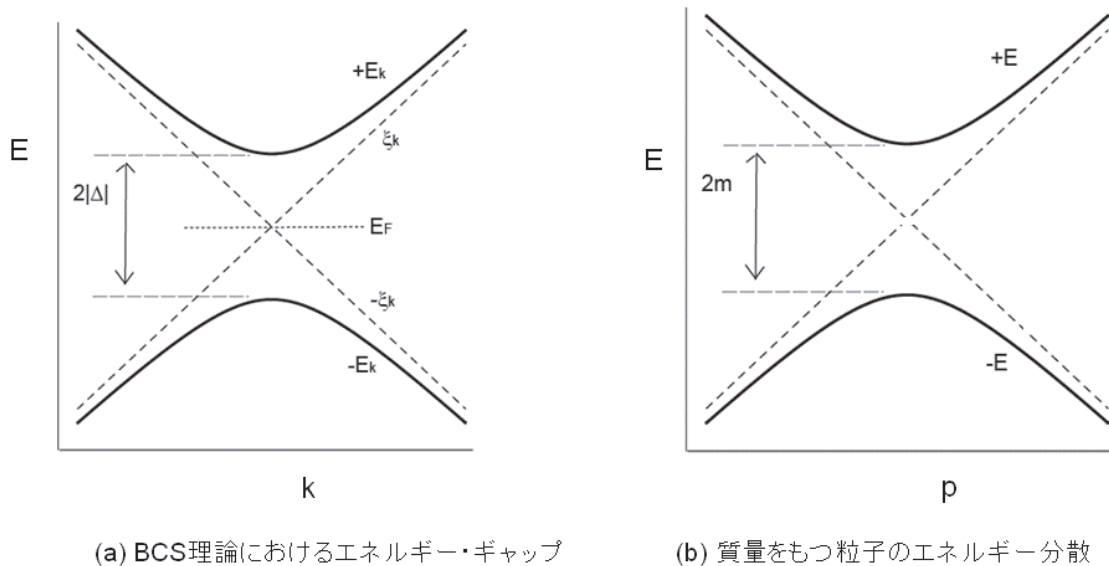


図 2

図 2: (a) BCS 理論における分散関係 ( $k$  は波数、 $E$  はエネルギー、 $\Delta$  は BCS ギャップ)。 (b) 質量をもつ Dirac 粒子のエネルギー分散 ( $p$  は運動量、 $E$  はエネルギー、 $m$  は質量)。

は BCS ギャップ関数) となる。図 2 に示すように、これは質量  $m$  をもつディラック (Dirac) 粒子に対する方程式  $E(k) = \pm\sqrt{k^2 + m^2}$  と似ている。これは形式的であるが、この‘アナロジーをシリアスにとって (Nambu の論文から) ‘考えたら何が起きるであろうか、というのが南部の問題意識であった。南部理論の偉大なところは、このようなゲージ対称性破れの描像が、一般のゲージ場理論としての素粒子論に適用できる、というアイデアを構築したことといえる。基底状態は場の理論では「真空」に対応するので、このアイデアは、「真空が超伝導であるとする素粒子が massive になる (質量をもつ)」と表現されることが多い (図 1; 但し、超伝導といっても、素粒子の場合は勿論固体物理そのままの意味での超伝導状態と言っているのではなく、ゲージ対称性破れ状態を指す標語)。スエーデン科学アカデミーは、南部先生の受賞を紹介する HP で、これを “bold assumption” と呼んでいる。この南部理論が提出されたのは 1960 年であるから、BCS のわずか数年後であり、bold だけでなく逸早かったことになる。結局、「真空が対称性を嫌ったために質量が発生した」ことになる。

もちろん、超伝導理論を素粒子論に適用する際には、様々な違いや複雑な点がある。エネルギー・ギャップが粒子の質量という対応は同じではあるが、南部理論提出当時はクォーク理論の前なので、念頭に置かれたのはカイラル対称性の破れ状態であった。また、対称性破れ状態が発生するのはもちろん粒子間相互作用のためであるが、これを媒介するものは BCS 理論ではフォノンというボソンであったが、扱う系に応じて場の理論が変わるので、媒介ボソンの種類も変わる。例えば核子においては、言うまでもなく核子間の相互作用を媒介するのは中間子であるという湯川理論があるが、南部理

1911	水銀における超伝導の発見 (Kamerlingh Onnes; ノーベル賞1913)
1924	ボース・アインシュタイン凝縮の理論 (Bose & Einstein)
1957	超伝導のBCS理論 (Bardeen, Cooper & Schrieffer; ノーベル賞1972)
1960	南部理論 (Nambu; ノーベル賞2008)
1960-61	南部・ゴールドストーン定理 (Nambu, Goldstone)
1963-66	アンダーソン・ヒッグス理論 (Anderson, Higgs)
1967-68	電弱理論 (Weinberg & Salam; ノーベル賞1979)
1986	銅酸化物における高温超伝導の発見 (Bednorz & Muller; ノーベル賞1987)
1995	冷却原子におけるボース・アインシュタイン凝縮の発見 (Cornell, Ketterle & Wieman; ノーベル賞2001)

図 3

図 3: 超伝導、南部理論に関する年表。

論は、対称性破れという視点からの新たな分野を発展させたことになる。その後、素粒子理論では、電弱 (electroweak) 理論に対するワインバーグ・サラム (Weinberg-Salam) 理論が出たが、ここでも質量の起源は超伝導をモデルにしている部分がある。ワインバーグ自身、「1960 年頃に、元々固体物理から発したアイディアで、南部、ゴールドストーン (Goldstone) 等により素粒子物理に移入されたものを知り、…、このアイディアと恋に落ちた (fell in love)」と言っている [3]。このような流れを図 3 に示した。

### 3 南部・ゴールドストーン定理

上で、対称性が破れた後に宴が始まる、といったが、これは南部・ゴールドストーン定理という重要な原理と、それからのずれのことである。一般に (連続的な) 対称性が破れた状態では、いわば破れを補うかのように、波数  $k$  がゼロ (長波長) の極限で  $k$  に比例する分散をもつ集団励起モードが立つ、というのが南部・ゴールドストーン定理であり、南部 (1960)、ゴールドストーン (1961) により示された。

前節でのことをもう少し詳しくいうと、当時、軸性ベクトル・カレント (axial vector current) の保存ということが問題になっており、南部 (および、南部・Jona-Lasinio) は、もしパイオンの質量がゼロならばこの量が保存するということに気付き、さらに一般的に、ゼロ質量のボソンは対称性破れ状態に付随するものではないかと思うに至った。対称性の種類は個々の問題に応じて違うが (上の場合は、 $U(1)$  ゲージ対称性ではなく、カイラル対称性に関連する  $\gamma_5$  という行列を含む  $\psi \rightarrow e^{i\text{const}\gamma_5}\psi$  という変換に対する対称性)、原理は同じであろう、という訳である。つまり、1960 年の論文で明示されているように、BCS 理論  $\leftrightarrow$  ボゴリューボフ理論  $\leftrightarrow$  南部理論により、「ゲージ対称性破れ  $\leftrightarrow$  エ

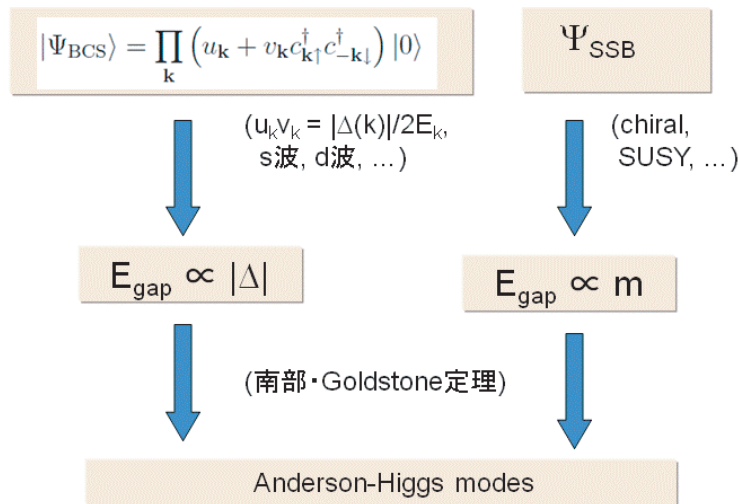


図 4

図 4: BCS 波動関数から発する理論の流れと、対称性の自発的破れから発する理論の流れ。

エネルギー・ギャップ ↔ 集団励起（ゼロ質量モード）は互いに関係」ということが分かったが、このアナロジーを今の場合に適用すると、「ゲージ対称性（ここではカイラル対称性）の破れ ↔ バリオン質量 ↔ パイオン質量は互いに関係」ということになる [4]。この対比を表にすると、

超伝導	素粒子
電子	フェルミオン
電子間相互作用（フォノン媒介）	素粒子間の相互作用
エネルギー・ギャップ	素粒子の質量
集団励起	中間子
電荷に対するゲージ対称性	カイラリティに対するゲージ対称性

ということになる。この流れを図 4 にも示した。超伝導の方の BCS-Bogoliubov 理論についても、南部は、その数学的構造を 1960 年に既に（今では南部表示と呼ばれるものを用いて）論じており [5]、特に外部磁場中の超伝導体を示すマイスナー効果とゲージ対称性の関連を議論している [6]。

## 4 南部理論と超伝導とアンダーソン・ヒッグス機構

面白いことに、この南部・ゴールドストーン定理は、現在最も注目されている場の理論的現象であるアンダーソン・ヒッグス (Anderson-Higgs) 機構の発端でもあった。実は、南部理論の発端となった超伝導においては、マイスナー効果という非常に特異な現象があるが、この効果は、電子の凝縮体がアンダーソン・ヒッグス場の役を果たして光子が質量を獲得した、と見ることもできる。ヒッグス自身、ヒッグス粒子を考えたのは、1961 年に南部・Jona-Lasinio の論文を読んだのがきっかけだった、と述懐している [7]。

アンダーソン・ヒッグス機構 [8] について少し詳しくいうと、次のようになる。ヒッグスが南部理論を発展させようとしたときに、直ちに困ったのは、このモデルでは南部・ゴールドストーン定理によりゼロ質量のボソンが出てくるが、このようなボソンは観測されていないので、この定理を「避ける」ために何かをしなければならない。一方、アンダーソンがこのような初期の頃から強調したのは、南部理論はゲージ対称性破れ状態として超伝導をモデルにしているが、超伝導体自身を見れば、この系は中性粒子の系が超流動しているのではなく、電子という電荷をもった粒子の系、つまりクーロン系である。そこでアンダーソンが先ず注目したのは、物性では良く知られているように、クーロン系はプラズモンと呼ばれる集団励起（疎密波）をもつが、プラズモンの分散は、 $k \rightarrow 0$  で 0 とはならず有限なプラズマ振動数から立ち上がる（つまり、質量がある (massive)）。これは、クーロン力が長距離であるために起きる。集団励起には、横 (transverse) モードと縦 (longitudinal) モード（疎密波）が有るので、これらを区別して考える必要があるが、massiveなのは縦モードの方である。それでは、この荷電粒子系がゲージ対称性を破る（超伝導）転移をしたらどうだろうか。このとき、U(1)ゲージ対称性が破れた状態だから、それに付随してゼロ質量の集団モードが立ちそうな気がするが、実は横モードの方も massive になる、というのがアンダーソンが提唱し、ヒッグスが（相対論的に）定式化した機構である。

電子（クーロン）系において、電子の間のクーロン力は質量ゼロのボソンである光子の場が媒介するが、プラズモンは電子のモードのように見えるが、光子と電子は結合していて光子のモードとも言える。超伝導状態になると、磁場が有限距離しか侵入しないというマイスナー効果が起きるが、これも同様に光子に対する効果だと思えば、光子がアンダーソン・ヒッグス機構により massive な（ギャップをもつ）励起モードを得たとも言える。一般に、考えている場をこのような機構で massive にする役を担う場をヒッグス場というが、マイスナー効果では電子の condensate  $\Psi$  がヒッグス場の役を果たす訳である。式でいえば、電磁場  $\{A^\nu\}$  に対するマックスウェル方程式  $\square A^\nu - \partial^\nu(\partial_\mu A^\mu) = j^\nu$  と、電磁場が massive であるという方程式  $(\square + M^2)A^\nu = 0$  が両立するためには  $\nabla^2 A = M^2 A$  というロンドン方程式が必要となり、ここで質量  $M$  は電子場の  $|\Psi|^2$  に比例する。このように、超伝導体中の集団モードは massive となる。さもないと、(Varma の表現でいえば) 超伝導体で超伝導転移すると色が変わってしまうことになる [9]。アンダーソン・ヒッグス機構について詳しくは、場の理論の標準的な文献 [3, 10] や、アンダーソン自身による解説 [11] を参照。後者でアンダーソンは、自分の理論は南部とのコンタクトから大きな刺激 (great impetus) を受けた、と述べている。

その他、南部先生は、QCD での閉じ込め問題に超伝導の磁束模型を使われたり、様々な仕事をされているが、冗長になるので、これも然るべき教科書に譲りたい。

## 5 おわりに

このように、自発的対称性の破れとそれに伴う物理は、素粒子、物性をあまり区別せずに巻き込んだテーマであるが、元に戻って考えてみると、やはり自発的対称性の破れというのは不思議な現象である。つまり、出発点とするハミルトニアン（あるいはラグランジアン）が尊重している対称性を、状態ベクトルが勝手に破っている。これは、状態ベクトルを構成する段階で起きることで、実際南部は、自発的対称性破れ (spontaneous symmetry breaking) という用語とともに、dynamical symmetry breaking という言葉も使っている [12]。大局的 (global) な対称性の破れも面白いが、局所的な変換（つまりゲージ変換）に対する対称性の破れが、かくも豊かな世界をもっていた訳である。

南部理論は普遍的なものではあるが、対称性には様々なものがあり、どこまでの現象が普遍的で、どこからが個々の特徴を反映するかにも興味もたれる。素粒子物理学でも様々な場の理論に対応して様々な対称性が問題になる。現在では興味が集まっている

超対称性 (supersymmetry) とその自発的破れがあり、精力的に調べられている。南部先生も、凝縮体 (condensate) があるときには、フェルミオン演算子とボーズ演算子の両方が生じるということから、超対称性と超伝導という観点から議論されている [13]。

しかし、多彩な系を扱う物性物理学では、様々な対称性およびその破れが、はるかに小さなエネルギー・スケールで現実の試料に存在する。南部理論と超伝導理論の関連でいえば、超伝導体（高温超伝導体を含む）で現実にヒッグス・モードが理論的・実験的に調べられている。多彩な対称性については、すぐに思いつくだけでも、超伝導の分野に限っても、

異方的ペアリング超伝導（ギャップがゼロになるところをもち、高温超伝導体で実現）、スピン自由度に関連するスピン・トリプレット超伝導、複数の軌道自由度を巻き込んだペアリング（もしかすると 2008 年に発見の鉄化合物でも実現）等、多彩なものが実験・理論的に議論されている。後二者のように内部自由度に関連した超伝導は、クォーク・グルーオン・プラズマにおけるカラー超伝導とも似る。さらにエキゾチックな超伝導としては、

強磁性超伝導のように複数のゲージ対称性破れが共存する場合、全運動量がノンゼロのペアの超伝導、空間反転対称性が無い系での超伝導、等がある。また、超伝導以外でも、

分数量子ホール系（超伝導とは別のゲージ対称性破れ状態で、場合によっては非アーベリアン・ゲージ場が実現している可能性などが議論されている）、グラフェン（空間 2 次元でゼロ質量のディラック粒子が実現している炭素の蜂の巣格子で、最近試料が作られるようになった）におけるカイラル対称性とその破れ

等が議論されている。また、対称性破れは普通は熱力学極限（試料の大きさが無限大の極限）で起きるとするが、有限系ではどうなるか、あるいは、対称性が近似的な場合はどうなるか（南部の原論文

でも既に問題提起)など、興味は尽きない。また、いうまでもなくジュネーブでは今 LHC が稼動を始めていて、ヒッグス粒子が観測されるかどうかに関心が集まっている。

このように南部理論は、色々現代的な問題と直結する(詳細は、Nobel 財団 HP や、文献 [1] を参照)。ちなみに、文献 [1] の前書きでは、南部先生のことが *mastermind* と呼ばれている。また、南部先生は、教育面でも、東大の物理学専攻を集中講義や講演のために何度も訪問されるなど、大きな貢献をされている。私自身、研究上は超伝導、量子ホール効果などをやっていて、これらはいずれも対称性が自発的に破れた状態という意味で南部理論と直接間接に関連することを日常的に使っているが、南部先生とは、最近の集中講義のために訪ねられた際に、超伝導やプロト振動の議論をしていただいた程度である。しかし、本稿を記すにあたって改めて南部先生の業績を勉強して、その深さに圧倒される思いがした。一つ思い出されるのは、南部先生ご自身が、何か新しい物理現象解明にあたって物理学者の思考形態は 3 つに分類できると言われていることである [14, 15]: 即ち「湯川モード」(原理を変えるのではなくて、例えば新粒子導入を検討)、「アインシュタイン・モード」(原理を変えるべきかどうかを検討)、「ディラック・モード」(可能な原理の中で美しい理論を選択)。南部理論はいわばディラック・モードが自然に適用されたといえるかもしれない。但し、南部先生が扱う系が実に多彩であり、かつ南部先生ご自身による物性、原子核、素粒子における自発的対称性破れのレビュー [15] において、自分は「物」に興味がある湯川哲学の影響下にある、といわれていることから、より広いモードの遣い手ともいえよう。今後、特に若い世代の間で素粒子物理学と物性物理学が互いに垣根なく概念を輸出入し合う関係 [16] が続き、第二、第三の南部理論が現われることを期待して筆をおきたい。

## 参考文献

- [1] T. Eguchi and K. Nishijima (eds): *Broken symmetry — selected papers of Y. Nambu* (World Scientific, 1995). ここには南部陽一郎: 日本物理学会誌 **32**, 773 (1977) の英訳も採録されている。
- [2] 超伝導については、例えば R.D. Parks (ed): *Superconductivity* (Dekker, 1969); 青木秀夫: 超伝導入門 (裳華房、出版予定)などを参照。
- [3] S. Weinberg, *Rev. Mod. Phys.* **52**, 515 (1980); *The quantum theory of fields* (Cambridge Univ. Press, 1995).
- [4] このあたりの解説は、Y. Nambu: A ‘superconductor’ model of elementary particles and its consequences という論文が分かり易いが、これは文献 [1], p.110 に収録されている。



- [5] BCS-Bololiubov 理論を場の理論的に定式化した、Y. Nambu, Phys. Rev. **117**, 648 (1960). ちなみに、Nambu には、2次元イジング模型の Onsager による厳密解に対する、より簡単な定式化を、一種のスピンール表示で与えた東大在学時代の仕事 [Y. Nambu, Prog. theoret. Phys. **5**, 1 (1950)] がある。この時代について、南部自身、ストックホルムでの授賞式に参加するかわりにシカゴで行った受賞記念講演において、「今にして思えば初期の段階から物性物理学に遭遇したこと (early exposure) が大変有益 (beneficial) であった」と述べている (この講演の原稿の送付を南部先生に感謝したい)。
- [6] 一見ゲージ不変性を破るマイスナー効果や、その基となるロンドン方程式を、普通は、Gor'kov が 1958-59 に行ったように、超伝導の Ginzburg-Landau 理論をミクロな BCS-Bogoliubov 理論から構成して論じる。文献 [5] は、電磁場のポテンシャルも含めた場の理論を (電荷保存を保証する Ward-高橋恒等式に注意しながら) 構成すると、マイスナー効果もゲージ不変に議論できる、という視点である。このような意味で、超伝導体におけるゲージ不変性は「隠されて」いる。例えば、[10] を参照。
- [7] 南部理論を素粒子論全体の流れの中でとらえるには、例えば L. Hoddeson et al. (eds): *The rise of the standard model — particle physics in the 1960s and 1970s* (Cambridge Univ. Press, 1997) が良い。特に、この中には、自発的対称性破れに関するパネル・セッション (パネリストは南部、Higgs 等) が含まれている。
- [8] この機構は、単に「ヒッグス機構」と呼ばれることも多いが、ヒッグス自身文献 [7] において「アンダーソン機構」と呼んで acknowledge しており、ここではより広いアンダーソン・ヒッグス機構という呼び方を採用した。他の研究者の寄与も含めた歴史的経緯についてもこの文献を参照。
- [9] C.M. Varma, J. Low Temp. Phys. **126**, 901 (2002).
- [10] I.J.R. Aitchison and A.J.G. Hey: *Gauge theories in particle physics*, 2nd ed (Inst. Phys. Publication, 1989).
- [11] P.W. Anderson: *A career in theoretical physics* (World Scientific, 1994) p.363; *Basic notions of condensed matter physics* (Benjamin, 1984) Ch.2.
- [12] [1], p.436.
- [13] [1], p.390.
- [14] 南部陽一郎：科学 **60**, 309 (1990)。

[15] [1], p.vii, 436.

[16] 素粒子物理学と物性物理学の対話は、例えば青木秀夫、大栗博司：固体物理 42, 505 (2007) で試みられている。