

# 物性物理学のルネサンス — 超伝導、トポロジカル系、非平衡

東京大学大学院理学系研究科・産総研 青木秀夫

連載（その1）（「固体物理」55, 445 (2020年9月号) 出版。）

## 1 はじめに

この稿では、今まで私が研究してきた足跡の全体像を、「物性物理学のルネサンス—超伝導、トポロジカル系、非平衡」というタイトルで、私の個人的観点から解説したいと思います。私が2016年3月に東大から定年退職した際の「最終講義」を骨格としています。そのため、普通の解説ではなく、むしろ一個人としての研究のオデッセイを語ることにより、他の方々（もちろん若い世代を含めて）のご参考に資したい、というのが趣旨です。というわけで、私自身がどのように考え、どのように研究を進めてきたかをお話しすることにより、最近の発展のパースペクティブも含めて、固体物理の一つの流れをたどることができればというのが願いです。なお、個々のテーマについての詳細や関連文献は本稿の趣旨ではないので、それぞれのテーマで引用されている元論文や総説を参照していただければとおもいます。また、私は定年退職から既に数年経ちますが、その後も産総研で招聘研究員として（ホストは永崎洋さん）、また科研費等の外部研究資金により名誉教授として研究を続けており、2017年にはETH Zürich（スイス連邦工科大学）に客員教授として赴任し、大学院講義“Quantum Phases of Matter”を行ったりしましたので、それらも含めて構成したいとおもいます。原稿の全体は長大になってしまったので、「固体物理」編集部からいただいた示唆に沿って、4回に分けて掲載していただくことにしました。

私は1978年に東大の物理学専攻で理学博士号を取りました。それから、東大物理学教室の助手、筑波大学物質工学系を経て、東大物理学教室に1986年に助教授として着任しました。これまでの約40年の研究歴は長いともいえ、一方あっという間という気もしますが、色々な方々に支えられ辿ってこられた路とおもいます。私の感慨としては、*Ars longa, vita brevis* です。これは普通「芸術は長し、人生は短し」と翻訳されるのですが、私はこの *ars* の中に自然科学も含めたいと思っています。

現在に至る私の研究の全体像は、図1のダイアグラムに示したようなものです。大きく

四本の柱から成り、先ず超伝導、それから強相関係、トポロジカル系、最近では特に非平衡の物理が柱となっています。

具体的には、超伝導については、高温超伝導銅酸化物、鉄系超伝導、軽元素系超伝導等さまざまな超伝導体です [1]。第二に電子相関の物理では、例えば電子相関から発生する強磁性に興味をもってきました。第三にはトポロジカル系で、整数量子ホール効果の理論では、私の博士論文のテーマから始まり、その後トポロジカル状態の物理が分数量子ホール効果、グラフェンなど色々発展した故に、これらにも興味をもって研究してきました。一方、私がミレニアムの境目あたりから興味をもって、研究の第四の柱としているものに、非平衡の物理があります。そこでは非平衡での超伝導やトポロジカル状態を研究してきました。

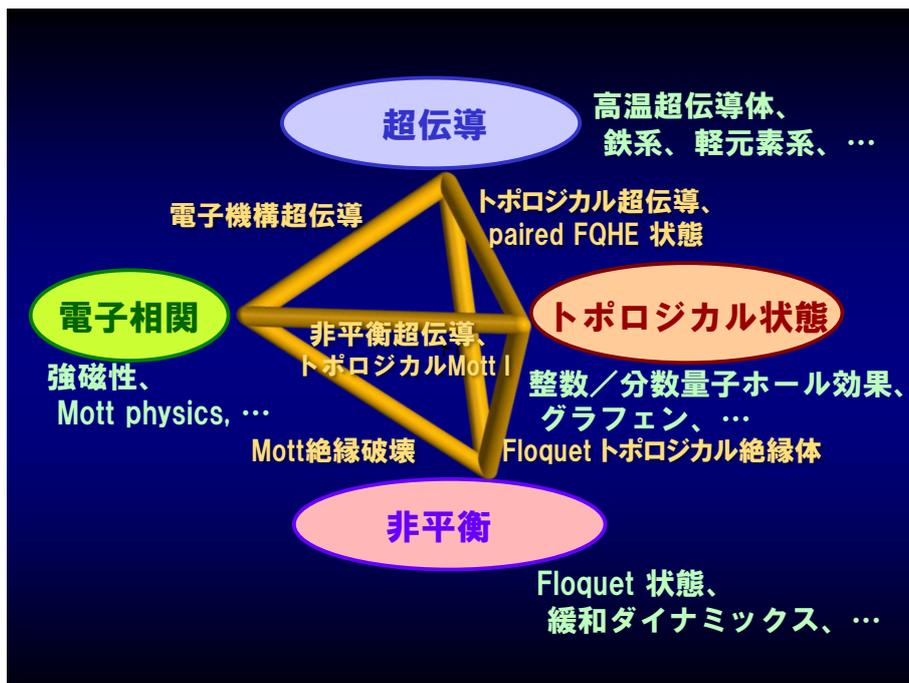


図1 研究の全体像。

上に掲げた四本の柱は、バラバラで独立かという、私の考えでは互いに密接に関係しています。まず超伝導と電子相関は、高温超伝導であればまさに電子相関効果ですし、超伝導とトポロジカル系は、超伝導の中にトポロジカル超伝導があるという意味等で関連します。逆に分数量子ホール状態の中に、ペアリング状態が提案される等のリンクがあり

ます。電子相関とトポロジカル系のリンクは、例えば、電子相関のためにトポロジカルな性質が自発的に発生するというトポロジカル・モット絶縁体があります。非平衡に行くと、強相関電子系において、例えばモット絶縁体を非平衡にすると絶縁破壊 (dielectric breakdown) が起きるといふ現象があります。超伝導体を非平衡にしたり、逆に非平衡で新たに超伝導が発生する状況も考えられます。非平衡とトポロジカル系のリンクも面白い物理を与えます。例えば、フロッケ・トポロジカル絶縁体 (Floquet topological insulator) は非平衡にすることによって発生するトポロジカルな状態です [2]。ですからこれら四本の柱は全て互いに緊密なリンクを持っているといえます。ちなみに、私が一番最近に凝っているのは、平坦バンド超伝導 [3] ですが、考えてみるとこれは、電子相関の物理 (平坦バンド強磁性、異方的ペアリングなど) とトポロジカル系 (これも平坦バンドで起き易い) の物理を融合させたものになっています。

これらのテーマにおいて目標となるのは、超伝導では多くの方が室温超伝導を目指しているとおもいます。これは最近では、水素系で超高圧下において殆ど実現した訳ですが、 $T_C$  を上げるチャレンジは綿々と続いています。電子相関では、電子メカニズム超伝導を初めとして、強磁性などの設計が目標となります。トポロジカル系では新奇なトポロジカル相の開発です。非平衡では、非平衡で初めて発生するような相転移が目標となります。扱う物理系としては、固体物理系だけではなく、冷却原子系はいまや一大分野になっていることはいうまでもありません。時系列からいうと、1980年に整数量子ホール効果が発見され、その数年後に分数量子ホール効果が発見されました。1986年には銅酸化物で高温超伝導が見つかりました。これは電子相関の物理という新たな大分野のキックオフとなりました。また、1980年頃は、アンダーソン (Anderson) 局在のスケーリング理論が提唱された頃でもあります。このように、1980年代は固体物理の目覚ましい黄金時代のスタートだったと、つくづく思います。私が鮮やかに覚えているシーンの一つは、1988年の NEC シンポジウム “Mechanism of high temperature superconductivity” で、ミュラー (Alex Müller) などが話をして、ラフリン (Robert Laughlin) も分数量子ホール効果の理論の話をして、電子相関の時代が到来したというインパクトを与えた時のことです。量子ホール効果は発見後 40 年経ったいま、トポロジカル系の物理として大輪の花を開かせたわけですし、高温超伝導は電子相関の物理という、やはり新しい分野を拓きました。これ

らの分野は啓発し合っていて、また場の理論を通して学際的なフレーバーももっています。そのような意味で、本稿のタイトルでルネサンスと呼んだわけです。

何故このように豊かな世界が可能かという点、物性物理学は多世界だからとおもわれます。物性物理と場の理論は、共に無限大自由度の問題なので、互いの関連は必然的ともいえます [4] が、物性物理では、いろいろな有効理論が、素粒子物理とは桁違いに低エネルギー・スケールで実現します。これは、素粒子理論が所謂“theory of everything”を統一的に目指すのと対照的で、そこが物性物理学の面白いところだと感じられます。歴史的にも、局在理論におけるスケーリングの $\beta$ 関数、量子ホール系の有効理論であるチャーン・サイモンズ (Chern-Simons) ゲージ場理論、高温超伝導における場の理論的扱いなど、場の理論と切っても切れない関係にあるといえます。また、物性物理においては、既存の系の理解だけではなくて、「物質設計」という可能性も今やかなり現実味を帯びてきたのではないかと思います [5] (最近では、materials informatics のような、指導原理を問わない方向に皆さんの興味がシフトしているようですが)。さらに、非平衡の物理においても、物性物理ではハドロンなどに比べ桁違いに小さなエネルギー・スケールや時間スケールで追求できるので、有利です。

「既存の系の理解から物質設計まで」と申しましたが、長い稿になるので、いくつか私の例で preview をしておくので、先ず既存の系の理解は現在どのあたりまでできているでしょうか。例えば、電子メカニズムによる高温超伝導は、スピン揺らぎや電荷揺らぎを媒介にしたペアリングから生じると考えられていて、理論的にも様々な方法論で探索されています。一つの試みとして、図 2 は、高温超伝導体について、先ず下が実験データ [6] のまとめです。高温超伝導の銅酸化物といっても、いろいろな物質があり、さまざまな物質に対して、縦軸が実験の超伝導転移温度 ( $T_C$ )、横軸は右に行くほど単一軌道的な性質が強く、左に行くほどフェルミ面のネスティング (nesting ; 平行移動したときに重なる) が良いというパラメータ軸です。実験のこのサマリーに対して、上の図が我々の理論結果です [7]。図の右に行くほど  $T_C$  が高くなるという相関は、実験とコンシステントといえます。テクニカルにはもちろん、超伝導のセクションで概説するように用いた近似の良さの検討が必要です。

次に、物質設計ですが、その例の一つとして、山田昌彦さん (現在物性研) 等と「有機

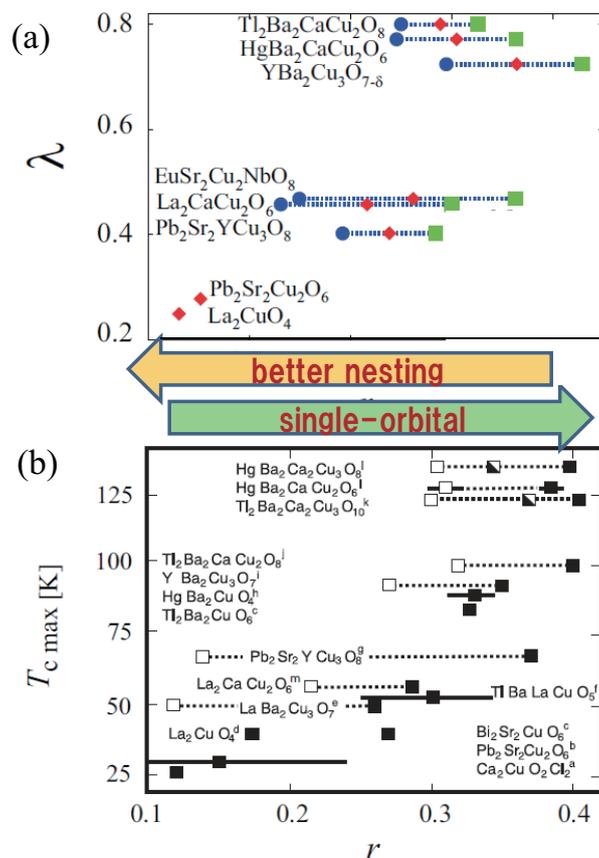


図2 様々な cuprates に対する、実験で得られている  $T_C$  のまとめ [6](b) と、理論で評価された Eliashberg 方程式の固有値  $\lambda$ [7](a)。横軸 ( $r$ ) は右に行くほど単一軌道的な性質が強くなり、左に行くほどフェルミ面のネスティングが良いことを表すパラメータ。

「強磁性トポロジカル系」を提案しました [8] (図3)。これは、金属・有機フレームワーク (metal-organic framework; MOF) の2次元版を用いてカゴメ格子を設計しようというもので、カゴメの平坦バンドを使えば強磁性が期待され、さらに金属に重い元素をつかえばスピン・軌道相互作用のために平坦バンドをトポロジカルにできるのでは、という提案です。この物質は化学合成を目指しているので MIT 化学科のディンカ (Mircea Dincă) のグループとの共同研究で、第一原理計算については常行真司研究室 (東大理) との共同研究です。一般に MOF (3次元系、最近では2次元系も) は色々合成されつつあるので、現実性はあるのではないかとおもわれます。これは山田さんが学部学生のとときの仕事です。

冷却原子 (cold atom) 系は、その圧倒的な制御性のために、電子相関やトポロジカルな現象を再現する一つの理想的な playing ground というだけでなく、理論の toy 模型がほぼ

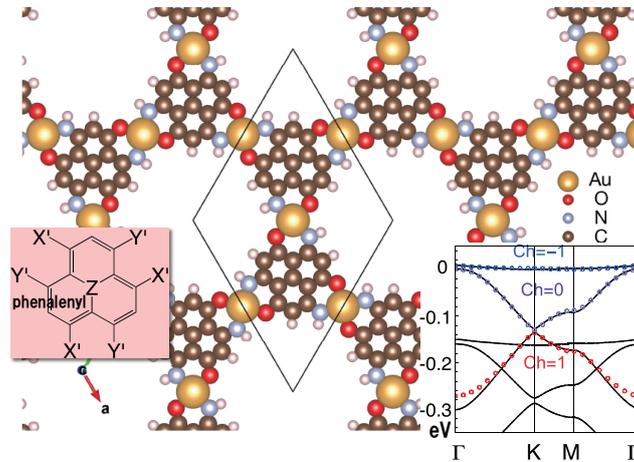


図3 設計された金属・有機フレームワーク [8]。左の添図は構成要素の有機分子、右の添図はバンド構造と Chern 数。

実現できるという意味で設計を **implement** する格好の舞台といえます。特に、周期ポテンシャル（光学格子）の中に閉じ込めた系が固体物理系をシミュレートする舞台を与えます。例えば、絶縁体にはバンド絶縁体、モット絶縁体、トポロジカル絶縁体という3種類の絶縁体がありますが、後二者を融合したようなトポロジカル・モット絶縁体が理論的には考えられています。これは、toy 模型において、固体物理系としてはかなり非現実的な設定でしか発生しないと思われるのですが、冷却原子系では可能という提案をすることができます [9]。

非平衡に行くと、典型的に、固体物理系をレーザー照射等により新しい量子相にする、という理論的・実験的試みが一つの大きな潮流になっています。冷却原子系も、非平衡の物理を探る格好の舞台となっています。というのも、関与する時間スケールが圧倒的に遅いため、固体物理系より非平衡を調べ易いからです。非平衡にするには、例えば光学格子を揺らすことができます。辻直人さん（現 理研）等との仕事で提案したのは、強い AC 外場をかけると、粒子間相互作用を斥力から引力に変換することができます [10]。これは非平衡超伝導の一つの可能性を与えます。この論文が *Phys. Rev. Lett.* に出版されたときに、Viewpoint 欄でフリーリックス (James Freericks) が紹介し、その表題は“Changing repulsion into attraction with the quantum Hippy Hippy Shake” というものでした。この例の様に、非平衡というのは平衡では思いもよらない状態を実現できる可能性をもっていま

す。別の例として、トポロジカルな性質を新たにつくることを岡隆史さん（ドレスデン・マックス・プランク研、現在物性研）が提案しました [2]。これはグラフェンのような蜂の巣格子に円偏光を当てると、トポロジカル・ギャップが開き系をトポロジカル絶縁体に行けるというもので、フロッケ・トポロジカル絶縁体と呼ばれています（図 4）。机上の空論ではなく、その後、冷却原子系など幾種類かの系で実証されました。最近ではハンブルクのマックアイヴァー (James McIver) 等により、グラフェン自体においても実験観測がされています [11]。

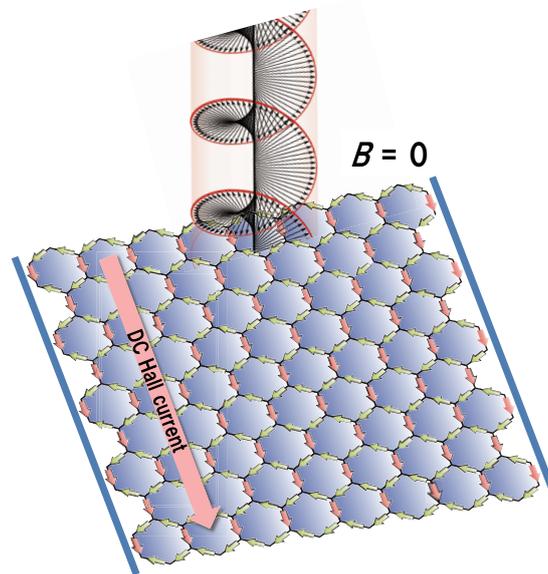


図 4 蜂の巣格子に円偏光を照射すると、(ゼロ磁場中で) ホール効果が生じるというフロッケ・トポロジカル絶縁体 [2] の概念図。

## 2 いままでの歩み

それでは、今 preview したような四本の柱を横糸に、私の研究の歴史を縦糸に眺めて行きたいとおもいます。今まで私は約 320 編の原著論文 (うち 35 編が *Phys. Rev. Lett.*) を出版してきました。最も引用されている六つの論文は、黒木和彦さん (現 阪大) 等との鉄系超伝導の理論 [12, 13]、岡さん等との Floquet トポロジカル絶縁体 [2]、常行真司さん等との結晶構造の第一原理的な決定 [14]、安藤恒也さん (現 東工大) との量子ホール効果の論文 [15]、そしてヴェルナー (Philipp Werner) さん (Fribourg 大) 等との非平衡動的平均場

近似についての総説 [16] です。

私の履歴からお話ししますと、高校は東京教育大付属駒場を卒業しました。当時は朝永振一郎が教育大教授 (1969 年まで ; 56-61 年には学長) だったので、彼の講演を聴いた記憶があります。ちなみに、朝永は、朝永-Luttinger 理論 (と呼ばれることが多いが、実は朝永がエッセンシャルな部分はやっていた) により物性物理学でも馴染み深いわけで、彼の業績は、「自然」という (1971 年まで刊行された) 雑誌の 1971 年増刊「総収録 仁科芳雄・湯川秀樹・朝永振一郎・坂田昌一」(私の愛読書) に詳しく収録されています。これを読むと、朝永が、場の理論の将来像も含めていかに深く考えていたかが分かります。ちなみにこの特集には、ボーアの原子模型の 50 周年記念の催しで座興に配られたという「史劇『ファウスト』風」と銘打たれたパロディー劇が、朝永の翻訳により収録されています。何度読んでも味のあるもので、朝永の翻訳も堂に入っていて、当時の人間がいかに教養に富んでいたかが如実にわかります。

1969 年に東工大の理学部に入学しました。1969 年というのはどのような時代だったでしょうか。それは、東大が「安田砦」になった年です。前年にパリで発生した学生紛争が世界に蔓延し、翌年の 1 月には安田講堂の中に学生が立てこもって、機動隊が攻撃して、ほとんど内戦のような状態になりました。このとき私は高校 3 年生で、この年東京大学は入学試験を中止しました。東工大に入学しても大学の入り口を機動隊が封鎖していて、キャンパスに入れなところか、近づくことすらできず、自宅での勉強を余儀なくされました。そのためランダウ=リフシッツの理論物理学教程などを独学していたわけですが、今にして思うと、それはそれなりに良かったと思います。

1973 年に東大大学院の物理学専攻に入り、1978 年には理学博士号を授与されました。指導教官は上村洸先生です。テーマはハバード模型や強磁場中 2 次元系の電子状態です。PhD をとった後に量子ホール効果や強相関の物理が勃発する訳ですが、その準備のようなことをそれと知らずにやっていたことになります。私が最初に書いた 1975 年の論文は、ハバード (Hubbard) 模型において電子数が任意の場合を、Hubbard III と呼ばれる近似 (CPA のような平均場近似) で調べたもので [17]、約十年後に発見される高温超伝導体の言葉でいえば、ドーピングされたハバード模型という訳です。ちなみに、ハバード模型は、今に至るまで良く使われる標準的な模型の一つですが、見かけの単純さとは裏腹に、そ

の多体電子構造を解くのは極めて難しい問題であるのは改めて言うまでもないでしょう。1970年代は、電子スペクトルは lower, upper Hubbard バンドに分裂、という荒っぽい描像でしたが、そんな単純ではないことが、その後に出た動的平均場近似 (DMFT) などにより示され、モットの金属・絶縁体転移の領域ではフェルミ準位近傍に幅の狭い（質量の重い）ピークが生じることが認識されました。DMFT は空間次元が無限大の極限で正確になる近似ですが、当時主要な描像の一つだった Brinkman-Rice 理論もこの極限で正しくなります [18]。上村研の隣には植村泰忠先生の研究室があり、そこでは安藤恒也さん（当時植村研助手）を中心に、2次元電子系の、特に強磁場中での電子構造や、グラファイトの電子構造の理論が行われていました。

その後、上村研の助手になり、その間、2年間 (1980-1982) はケンブリッジ大学の Cavendish 研究所に visiting scholar として滞在しました。ホストは理論グループ (theory of condensed matter) のインクソン (John Inkson) で、当時はモット (Sir Nevill Mott) 先生などもおられました。半導体の実験ではペッパー (Michael Pepper) が、光関連ではフレンド (Richard Friend) がいました。

その後は、筑波大学物質工学系に移り、岡崎誠先生のグループで仕事をしました。それから 1986 年には助教授として東大理学部へ赴任しました。青木研の最初の助手は常行真司さんになっていただきました。テーマは結晶構造の第一原理です。次の助手が黒木和彦さんです。1986 年は、高温超伝導酸化物が発見された年です。ですから我々も、すぐその理論に取り掛かったわけで、以後、黒木さんと共に超伝導や電子関連の物理をやってきました [19]。それから次の助手が有田亮太郎さん（現在東大物理工学）です。電子関連や第一原理電子状態を色々やりました。次の助手が岡隆史さんです。岡さんが非平衡の物理を研究室に導入して、強相関、トポロジカル系、グラフェンなどの非平衡の物理を調べ始めました。その次の助手が辻直人さんです。やはり非平衡の物理を強力に進めました。最後の助手が、その後ドレスデンに行った高吉慎太郎さんで、非平衡の研究を磁性体に拡張しました。

私が最初に出た国際会議は 1977 年のことで、大学院生として量子ホール系（その後の言葉でいえば）をやっていた頃です。この系の理論については、安藤さんにも毎日のように議論をいただいていた。安藤さんは、量子ホール系の電子状態や量子輸送の

理論を博士論文 (1972) で打ち立てられたところでした。2次元電子系関連の国際会議で EP2DS と略称されるものがあります。1972年に始まったシリーズで、1977年にはドイツの Berchtesgaden で行われました。会議録 [20] の集合写真を見ると分かるように、当時の EP2DS は参加者が 100 名程の非常にこぢんまりした、とても良いサイズの会議で、多くの人たちと顔見知りになりました。参加者には、江崎玲於奈氏、学習院大学の川路伸治氏、安藤さん、アメリカのスターン (Frank Stern)、ドイツのドルダ (Gerhardt Dorda; Klaus von Klitzing や Pepper と一緒に量子ホール効果の論文を書いた) などがおられました。その後、量子ホール効果の発見や半導体ヘテロ構造の発展に伴って、EP2DS は大きな規模の会議に発展して行くことになります。

そもそも私は何故物理学をやるようになったのでしょうか。その最大の理由は、物理学は非常に美しいからです。こう思う方は、たくさんおられると思います。例えばイギリス物理学会誌に *Physics World* があり、そこに毎月 “Once a physicist” というコラムがあります。これは物理学科を出たあとに全然違う分野で活躍している方々へのインタビュー・シリーズです。2014年12月号では、オペラ歌手の Lauren Segal が出て、インタビュアーが「なぜそもそも物理を勉強しようと決心したのですか」と尋ねると、“I loved how beautiful it was” と言っています。私の二番目の理由は、物理の研究は「上に行けば行くほど頂上がどんどん高く伸びる山に登っているようなもの」\*<sup>1</sup>だからです。つまり、研究して面白いことができると、分かったことに倍する疑問が湧いてくる、という、自然科学に共通の深さがあるわけです。

次に、物理学の中でも何故物性を選んだのか。物理の様々な分野を俯瞰するのによく出される図に、極微の素粒子物理学から極大の宇宙物理学のスケールに亘る、蛇が自らの尻尾をくわえている図があります。そこでは、物性物理学はお腹の一番おいしいところをやっていると、私は思っています。つまり、物性物理学は極微と極大の間の領域であるがために、「多様性の中の美しさ」を追求できる、と表現することもできるとおもいます。

上で触れた、1980年代の初めにケンブリッジに滞在したことは、その後の私の考え方や研究法にとって大きな影響を与えました。これは、キャヴェンディッシュ (Cavendish) 研究所が世界最高の研究所の一つであること、また時代がたまたま、量子ホール効果や局

---

\*<sup>1</sup> これは音楽の演奏に関して、ピアニストの青柳いづみこさんが言った言葉です。

在のスケーリング理論が出た直後の、固体物理の一つの黄金時代だった、ということなどからきているとおもいます。キャヴェンディッシュ研については、以前に私は本誌に、「Nevill Mott の物理と固体物理のこれから」という題で書いた解説で詳しく触れました [21]。モットとは毎週のように議論しました。モットは大きな革靴をいつも持ち歩いておられ、そのなかに詰まっている論文は殆ど全て実験のものであり、常に理論と照らし合わせていました。新しいことは実験から発する、という信念をもたれていたようです。常に実験を睨みながらやるべしというのは、私も指導教官の上村先生から学んだことでもあります。私がモットと交わした主な議論は、当時は局在のスケーリング理論が出た頃だったので、それと局在に関するモット理論との整合性などに関してでした。問題は局在・非局在の境目で何が起きるかということで、スケーリングを認めてしまえばスケーリング理論がユニバーサルな描像を与えるのですが、モットは、当時キャヴェンディッシュにいたカヴェー (Moshe Kaveh ; その後 Bar-Ilan 大学) とともに、冪則で局在する状態 (その後の言葉でいえば臨界局在状態) といったものに凝っていました [22]。キャヴェンディッシュの実験グループでは、ペッパー (その後 Univ. College London) のグループが、局在の臨界次元である 2 次元 MOS FET で色々実験しており、データは豊富でした。ちなみに、局在のスケーリング理論が出た頃には、私も不規則系と局在問題をテーマの一つにしている、一種の実空間繰り込みを考えていました [23]。カダノフ流の、decimation と呼ばれる操作 (複数のスピンを有効スピンの還元する) は電子系には適用できないので、グリーン関数に対する実空間繰り込みを考え、それに対する繰り込み群のフローを数値的に求めました。結局、同時期に提出されて一世を風靡した局在のスケーリング理論が明快な描像を与えた訳ですが、ミクロな量子状態に関する繰り込みについては、最近では tensor-network 法が開発されていて、そこではもっとソフィスティケートされた繰り込み (MERA, ...) が行われて、大きな流れの一つになっているのは良く知られるところです。当時の不規則系の代表は、燐をドーピングしたシリコン (Si:P)、およびアモルファス・シリコンで、特に後者は太陽電池との関連で精力的に研究されていました [24]。最近、Si:P 系が MBE 作成の面から改めて興味をもたれているようです [25]。

キャヴェンディッシュ研究所は、1850 年頃に William Cavendish によって寄付されました。キャヴェンディッシュといえば、われわれ物理屋さんにとってなじみ深いのは、親

威筋の Henry Cavendish の方で、水が  $\text{H}_2\text{O}$  であることを発見したり、地球の重さの最初の測定からニュートンの重力定数を計算した人です。キャヴェンディッシュ研究所は小ぶりの研究所ですが、今まで 30 名のノーベル賞受賞者が輩出しています。研究所の廊下を歩くと、Maxwell が使った机がさりげなく置いてあったり、Thompson が電子を発見した実験装置、Watson と Crick の DNA の模型なども展示されています。モットがノーベル賞を取ったときのお祝いの巨大なシャンパンもあります。研究所の向かい側には牧場が広がり、獣医学科があって、馬などがたむろしています。（現在は、Medical physics や電気工学科（通称 Bill Gates ビル）などが櫛比していますが。）

さて、私の研究室の初代助手の常行さんが研究室から最初の博士号です。テーマは、第一原理による結晶構造決定です [14]。常行さんが典型例のターゲットとした物質はシリカ（酸化珪素）、鉱物としては石英（クォーツ）です。何故石英のように一見地味なものを選んだのかと思われるかもしれませんが、ファインマン (Feynman) が Bachelor of Science の学位論文を書いたときのアドバイザーはスレイター (Slater) で、石英は熱膨張率が非常に小さいのはなぜかという問題がファインマンのテーマでした。熱膨張率は小さいだけでなく、ある温度以上では負にすらなります。このように、シリカは決して退屈な物質ではありません。常行さんは、先ず第一原理計算から原子間ポテンシャルを求めて、これを用いた分子動力学 (MD) シミュレーションをするという方法論を用いて、与えられた物質で結晶構造がどのように複数あり得るか、また、物性が結晶構造に敏感に依る（例えば石英の  $\alpha$  型で負の膨張率）、ということを実験的に明らかにしました（図 5(a)）。この研究のきっかけになったのは、松井義人先生（東大化学科出身、当時岡山大学地球内部センター長）です。松井先生は、化学を基礎として地球物理学（詳しくは地球の造岩物質の物性）に対する観点を構築され [27]、我々物理学者とも良く話が噛み合います。1989-1992 年頃には、私は岡山大学地球内部センターの共同利用として何度か滞在しました。このセンターは温泉研究所と呼ばれたものから発展したもので、名前に違わず所内には温泉があります [28]。松井先生はそこで、計算機実験による地球構成物質の構造と物性の理論をやっておられ、この分野のパイオニアの一人といってよいとおもいます。

*Nature* に常行論文が出たときに、この雑誌の当時の編集長はマッドクス (John Maddox) でしたが、News & Views 欄 [29] でこの論文にコメントしました。曰く、「結晶構造は元

素組成を入力しただけで、本当は原理的にちゃんと出なくてはいけないものである。そういう時代はまだ来てないけれど、常行たちの論文は laconic style でそれに随分近づいた (good step nearer)。さらにこれに沿った研究を進めて成功すれば、エベレストに初登頂と同じくらいの心理的インパクトがある」。コーエン (Marvin Cohen) がこれにコメントしています [30] し、その後もこの News & Views は引用されています [31]。つまり、物質の組成 (chemical formula) を与えても、可能な結晶構造は沢山あり、結晶多形 (polymorphism) として昔から知られてはいます。ところが、理論的に、どのような結晶構造が (条件に応じて) どのように現れるのか、という点については、系統的なことは (方法論も含めて) 満足すべき整備は意外にもあまりされていませんでした。常行さんの仕事はそこに一石を投じたものといえます。シリカのように、地球上で豊富な元素からなるありふれた物質ですら、多くの結晶多形があることがわかります。ちなみに、この仕事で得られた高圧下での構造の一つに、 $\alpha$   $\text{PbO}_2$  型構造のシリカがあります。後に、火星隕石 (Mars meteorite) で  $\alpha$   $\text{PbO}_2$  型シリカが検出され、面白いとおもいました [32]

このようなことにも触発されて、私は結晶構造にも魅せられていて、その後関連した本を出版したこともあります。これは、庄野安彦氏、ヘムレー (Russel Hemley) 氏 (金属水素合成の試みでよく知られる) と私の共編で、“Physics meets mineralogy” と題された本です [33]。ちなみに、さらに一般的なことをいうと、固体が結晶を組むのは当たり前のようの一見感じられますが、実は自明な話では全くありません。このテーマを追求した物理学者には、ダイソン (Freeman Dyson) など多くがいます。リープ (Elliott Lieb, Princeton) もその一人で、このテーマのレクチャー [34] や本 [35] を著わしています。

結晶構造についての別の方向性としては、ゼオライト構造や、包接化合物 (clathrate compounds) があります。シリカでも、melanophlogite というゼオライト的な構造があり、常行さんのシミュレーションでも現れました。包接化合物というのは、隙間の多い構造が別の分子を取り囲んだ物質のことで、典型的には、水分子がメタンを包接して構造を組んだ水和物 (hydrate) があります。これは、海底などから採掘され、将来のエネルギー源になる可能性などが取り沙汰されているものです。メタンの例では、この分子は疎水性をもつので、水分子は、なるべくメタンに触らないように構造を組むので、包接構造となる訳です。包接構造は意外と様々な物質群がとる構造で、hydrate 構造として統一的に分類さ

られています。図 5 には、melanophlogite 構造のシリカも表示しました、文献 [33] の表紙からとったものです。また、超伝導の分野でも山中昭司さん（広島大）等によりシリコン包接化合物において超伝導が発見されています。Si<sub>20</sub> フラレンを単位としたゼオライト構造に金属元素を取り込んだ Na<sub>2</sub>Ba<sub>6</sub>Si<sub>46</sub>（空間群は A<sub>3</sub>C<sub>60</sub> と同じ）です。ゼオライトそのもの（アルミノシリケート等）になると、その隙間（ケージと呼ばれる）に、アルカリ金属等のクラスターを吸蔵でき、新奇な物性が現れ得ます。実際、野末泰夫さん（阪大）のグループにより、単純金属 (K) を吸蔵したゼオライトにおいて強磁性が 1990 年代に実験的に発見されました。その発見機構に理論的な興味もたれますが、これを有田さん等と第一原理計算から調べ、この系は単位胞に数百個の原子を含む複雑な系であるが、その電子構造はナノサイズ・ケージに閉じ込められたクラスターの波動関数の tight-binding 模型と捉えることができ、強磁性等の多体効果が期待できるほど強相関電子系といえることを提案しました [36]。

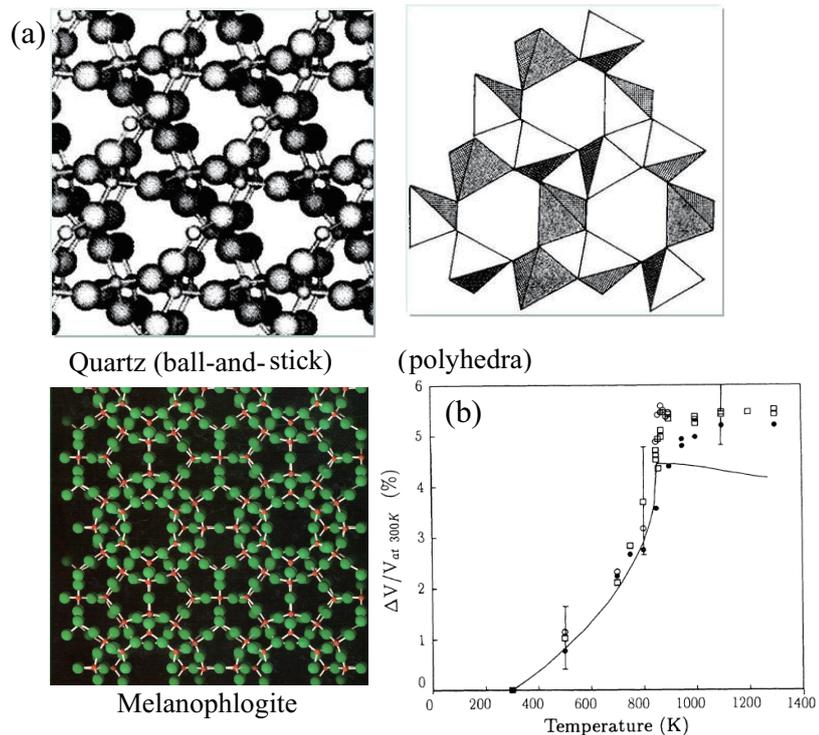


図 5 (a) 理論的に得られた quartz の構造 (上段) と、melanophlogite の構造 (左下)。(b) Quartz における、温度に対する体積変化  $\Delta V$  の MD 計算結果 (記号) と実験結果 (実線)。文献 [14, 33] より。

最近、200K を超える  $T_C$  がみつかった硫化水素における超伝導ですが、これが実験的に発見されたあと、それを解析した最初の理論の一つを行ったのが常行研助教の明石遼介さんです [37]。そこでは、第一原理による結晶構造や電子状態計算から始めて、第一原理の超伝導計算をこなされました。このように、第一原理による結晶構造というコンセプトは、必須な要素であり続けているのは申すまでもありません。高圧下の物質を理論的に扱うという流れでは、造岩鉱物を中心に、ウェンツコヴィッチ (Renata Wentzcovitch) やコーエン (Ron Cohen) などがやっています。例えば、ペロフスカイト (perovskite) 構造は、八面体がきっちりパックしているので、加圧しても結晶構造はあまり変化しないと一見おもえますが、近年の地球物理学でのブレイクスルーとして post-perovskite 構造というものが存在することが分かりました。地球内部 (マントル最深部) で、silicate (酸化ケイ素と遷移金属の化合物) がどのような結晶構造をもつか、つまり普通の高圧相であるペロフスカイト構造に対してもっと高圧 (> 100 GPa) 相の “post-perovskite” は何か、という重要な問題があった訳ですが、2004 年にこの構造が日本で解明されました (CaIrO<sub>3</sub> 構造として知られてはいた構造)。地球内部物質に関連するという点で大きな興味をひきました [38]。

次の助手で、青木研最初の大学院生が黒木和彦さんです。黒木さんが大学院修士課程に入った 1988 年は、高温超伝導銅酸化物が見つかった 2 年後にあたります。ちなみにこの頃の 1987 年には、大マゼラン星雲で超新星が爆発し、誰でも知る画期的な発見となった訳です。その頃 (1989 年) に、南部陽一郎先生が東大物理学教室談話会で「超伝導から Higgs ボゾンまで」という題で講演をされています。後で述べるように、その後 Higgs 粒子が CERN で見つかり、さらにその後には超伝導体における Higgs モードも観測される訳です。超伝導については、その頃有機超伝導体も精力的に調べられ始めた時期です。2000 年を過ぎると、鉄系超伝導が発見されます。有機超伝導体や鉄系超伝導体も、黒木さんと一緒に研究しました。

その後については以下のセクションで順次触れたいとおもいますが、歴代の助手の方々を支えられながら、私は今までに指導した大学院生から、23 名の博士を出して、そのうち 19 名はアカデミアに進んでいます [39]。方針としては、それぞれの大学院生になるべく違うテーマを与えるということです。そうすると、各人がイニシアチブをもって研究でき、かつ、研究室内でも異なるテーマをもった人たちが活発な議論ができる、というのが

利点だとおもいます。また、指導教官というより共同研究者として議論をすることを方針としてきました。

上で、物性物理は場の理論のフレーバーをもつといいましたが、私は個人的にも場の理論が好きで、色々な方とも議論しました。例えば、同僚で素粒子理論の江口徹さんと良く議論をしました。ゲージ場理論では、ラグランジアンを与えただけでは全ては決まらない、例えば真空が無限に縮退する可能性 ( $\theta$  vacuum といったような) がある、などの議論です。要するに、トポロジカル系も含めた議論をしていたことになります。二人で「素粒子-物性 informal 理論セミナー」というシリーズを開いて、素粒子論からみた high  $T_C$  とか、Virasoro 代数と臨界指数などといったテーマで議論をしていました。ちなみに、東大物理学専攻には修士1年生に対する理論演習という少人数授業があり、例えば1987年度には、夏学期は江口さんが Amit[40] を教科書にしたあと、冬学期は私が量子モンテカルロ法をやったりしました [41]。2010年には、東大の柏キャンパスにある IPMU で *Condensed Matter Physics Meets High Energy Physics* という国際シンポジウムを開催しました。これはちょうど IPMU の建物ができたときなので、その柿落しの国際会議 (“Focus week”) になり、Caltech の大栗博司さん (現在 IPMU 機構長) と co-chair をしました [42]。そもそも、大栗さんとは良く議論をし、「物性と素粒子 — 多様性と統一の物理的世界像の対話」というタイトルで大栗さんと対談もして、それを録音して活字にしたものを「固体物理」誌に出版しました [43]。それが切っ掛けになっています。Focus week では様々な話題がありました。Pedagogical lecture というのもキターエフ (Alexei Kitaev) やリード (Nick Read) 等にやっていただきました (前者は黒板を使った講演だったのが印象的でした)。また、岡隆史さんは、修士課程のときに素粒子理論から物性理論の私の研究室に移ってきました。そのため、素粒子理論や場の理論のバックグラウンドが充分にあります。物性に移ってきた当初に、岡さんが提起した問題の一つは、「物性物理には様々な系や様々な模型があるが、仮にそれらの模型に対して繰り込みができたとすると、結局物性物理の本質の分類学は、繰り込みの fixed-point (固定点) ハミルトニアンはどのようなものがあるか、という問題に帰着するのだろうか」という論点で、これは面白いとおもいました。詳しくは、繰り込み可能な模型だけを考えていけば良いか、という問題があり、これは場の理論や素粒子理論でも大問題です。物性でも、繰り込み先としては記述できない領域は

多々あることが想像されます。例えば、その後発展したトポロジカル系の物理なども、トポロジカル項を含む、あるいは発生させるような繰り込みができれば、面白い問題とおもいます。また、場の理論においては、繰り込みと、対称性の量子力学的破れとの関係については、量子異常（歴史的には特にカイラル量子異常）の観点で長い研究の歴史があります [44]。

このように、場の理論は固体物理の良きバックボーンの一つで、例えば私の愛読書の一つは、ゲージ場理論の生みの親の一人であるワイル (Hermann Weyl) の本 (*Raum-Zeit-Materie*) です [45]。物性物理における場の理論についても、色々良い教科書が出ています [46]。若い固体物理の学生でも、場の理論が好きという方は多いようです。実験家においても、ドレスデンのマックス・プランク Chemical Physics 研究所に先年行った折に、その無機化学者のフェルザー (Claudia Felser) さんとディスカッションをしたときに、テーマが超伝導体の Higgs boson や Weyl semimetal、Majorana fermion などが次々と現れたので、しまいにはフェルザーさんが「Higgs, Weyl, Majorana — I'm a particle chemist ! (私は素粒子物理学ならぬ素粒子化学者だ)」と笑い出しました。今やそんな時代になっているようです [47]。

### 3 超伝導

それでは、超伝導に入りたいとおもいます。超伝導は、物性物理において最も面白いテーマの一つといえるでしょう。超伝導体の磁気浮上 (図 6(a)) は、ゲージ対称性の自発的破れが巨視的に現れることを体感できる現象です。私は、学部の講義の際にデモンストレーション実験として、高温超伝導体やネオジム磁石を借りてきて磁気浮上デモ実験をよくやりましたが、学生の方々は結構感激するようです。

BCS 理論が出て、その 5 年後 (1962 年) に行われた LT8 (第 8 回低温物理学国際会議) では、バーディーン (John Bardeen) 等の他に、マティアス (Bernd Matthias) も超伝導について発表しています [48]。彼は、「ひょっとしたら全ての金属は十分低温では超伝導または磁性をもつのでは」という予想をしましたが、ここで十分低温というのは極低温も含んでということであり、理論的興味という意味が濃厚 (あまり exciting なことは待っていないだろうという含み) でした。ところが、数十年後に銅酸化物で高温超伝導が見つかり、

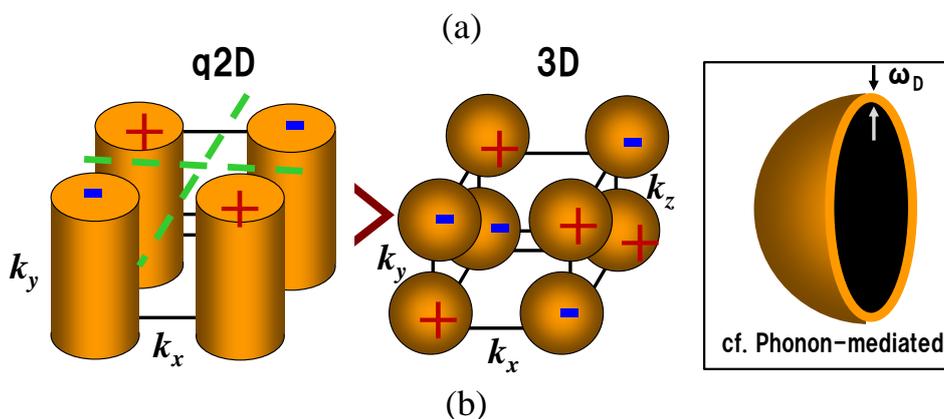


図 6 (a) 超伝導体の磁気浮上。実験者は青木。(b)  $k$  空間においてペアリング相互作用が大きい領域 (オレンジ色) を、2次元系と3次元系に対して模式的に示す。符号はギャップ関数の符号、緑破線は node を表す。右端はフォノン機構超伝導における等方的超伝導の場合を比較。

それを契機として様々な非従来型超伝導体が鎚を削り始めた訳です。この鎚（つまり物質科学と基礎科学とのキャッチボール）から電子相関の物理という新たな分野が生まれたわけですね。実際これは、量子磁性、量子相転移、非フェルミ液体、スピン液体などに発展しました。超伝導は、他の分野も巻き込む推進力をもっていて、例えば秋光純先生が領域代表をされた科研費特定領域「異常量子物質の創製 — 新しい物理を生む新物質」(2004-2008年)は、エキゾチック超伝導、異常磁気伝導、巨大光応答という三つの班が連携していました。

超伝導について私は、銅酸化物を初めとして、鉄系超伝導体、有機超伝導体も調べてきました。それぞれ結晶構造、バンド構造、フェルミ面は大きく違いますが、異方的超伝導ということでは共通点があります。私が有機超伝導体 [49] に馴染むようになったのは、

鹿児島誠一氏や鹿野田一司氏等との交流によるものです。有機超伝導体はエネルギー・スケール（バンド幅等）が無機超伝導体に比べて1桁程度小さく、従って超伝導の  $T_C$  も1桁程度小さいのですが、構成要素である有機分子の多様性から来るバラエティーが特徴といえます。

メカニズムとしては、従来型超伝導では、電子がフォノンを交換して生じる相互作用から超伝導が発生し、そこではフォノン・エネルギーは 100 K のオーダーで、それから約1桁落ちた 10 K のオーダーの転移温度  $T_C$  で超伝導になり、クーパー対としては概ね等方的ペアリングです。それに対して、電子メカニズム（非従来型）の超伝導では電子間の斥力相互作用を利用しており、 $T_C$  は電子エネルギー（ $\sim 1 \text{ eV} \sim 10000 \text{ K}$ ）の大体2桁落ち（ $T_C \sim 100 \text{ K}$ ）で、クーパー対としては異方的ペアリングです。典型例としては、従来型超伝導に対しては今日では硫化水素がその一つになります。非従来型の超伝導では、もちろん high  $T_C$  cuprate が典型例です。超伝導は微妙に生じる量子状態なので、相互作用を大きくすればするほど  $T_C$  が上がるといったような単純なことではありません [1]。これはフォノン・メカニズムのときもそうですが、電子メカニズムのときはさらに微妙です。ですから、コントロール・パラメータを変化させたときに  $T_C$  がどこでどのような理由でオプティマムになるかという問題になるわけです。

超伝導全体を概観してみましょう。まず単体から行くと、有名な阪大の実験的な仕事が生じたように、様々な単体に対して  $T_C$  を周期律表の上でプロットすると、驚くことに殆どの元素は、必要なら圧力をかければ超伝導になります。Matthias の予測をある意味で裏付けたこととなります。 $T_C$  の大小を見ると、周期律表で左上の方が高い傾向が分かります。一番左上に行けば水素ですが、実際、固体水素を超高圧にすれば金属化し高温超伝導になる、という理論的予言があり、実験的には金属水素はまだ実現していませんが、近いのが硫化水素というわけです。化合物に行くと自由度が増えて、構成元素も p 電子系、d 電子系、f 電子系などいろいろあり、これに伴い原子の軌道自由度もあります。単体より多彩な結晶構造、その空間次元（層状構造か否か、など）、およびそれらに応じた電子のバンド構造も多彩となります。電子間相互作用については、スピン揺らぎや電荷揺らぎの様相や強さは、先ずはバンド構造によって決まります。High  $T_C$  cuprate のような強相関電子系での電子メカニズムとしては、典型的なペア散乱過程の前と後でギャップ関数の符

号が変わります。ギャップ方程式を見ると、散乱の前と後で符号が変われば方程式中のマイナス符号をキャンセルしてくれるので、斥力が引力として働きます。

結晶の空間次元性はどうか：3次元結晶の方が良いのか、層状物質の方が良いのか。これについてはペアリング相互作用を考えると、層状物質（擬2次元系）の方が圧倒的に有利（高い  $T_C$  を与える）、と一般的にいえます（図 6(b)）。これはロンザリッチ (Gil Lonzarich) 達 [50]、独立に有田さん達 [51] の仕事です。2次元系の方が有利なのは、k空間においてペアリング相互作用が大きい領域の体積率が、2次元系の方が圧倒的に大きいからです。これは経験事実とも合っていて、発見されてきた新しい超伝導体 (cuprates、cobaltate、hafnium 化合物、cerium 化合物、鉄系超伝導など) は殆ど全て層状物質です。

これを調べるのに我々は FLEX (fluctuation exchange approximation) という方法を使いました。斥力多体相互作用をダイアグラムの的に扱う方法で、電子の多体散乱においてバブルとラダーのダイアグラムを交換する過程を、Baym-Kadanoff 理論に立脚して取り入れたものです。これにより、運動量依存のペアリング相互作用を記述でき、d波ペアリングのような異方的超伝導が扱えます。近似の定量的な妥当性は、特に強相関領域で明確でないのですが、定性的には（つまり、何かのパラメータを変えたときの傾向など）ある程度の指針を与えると考えられます。FLEX を使った仕事としては、上記の次元性も含め、銅酸化物のスピン揺らぎ [52]、スピン・トリプレット超伝導の可能性 [53]、電子間相互作用が on-site だけでなくレンジが伸びたときの効果 [54]、3次元 [55] および3次元非連結フェルミ面 [56] などを調べました。

Cuprate、鉄系、フラレン超伝導体において、どのような原子軌道が構成要素になっているかを見ると（図 7）、cuprate では（ほぼ1種類の）d軌道です。鉄系でもd軌道で、主に三種類関与しています。フラレンでは分子軌道が複数個関与しています。実は、cuprate でも複数の軌道が関与しているのが分かるので、これらは全て多軌道超伝導ということになります。2バンド模型というのは超伝導の観点から面白いとおもわれ、黒木さんとも、繰り込んだ場合に1バンド系に落とせる場合と落とせない場合の物理などの観点から調べました [57]。

それでは、第一回はここまでとして、次回以降は第二回は超伝導の続き、第三回は電子相関とトポロジカル系、第四回は非平衡、という構成にする予定です。

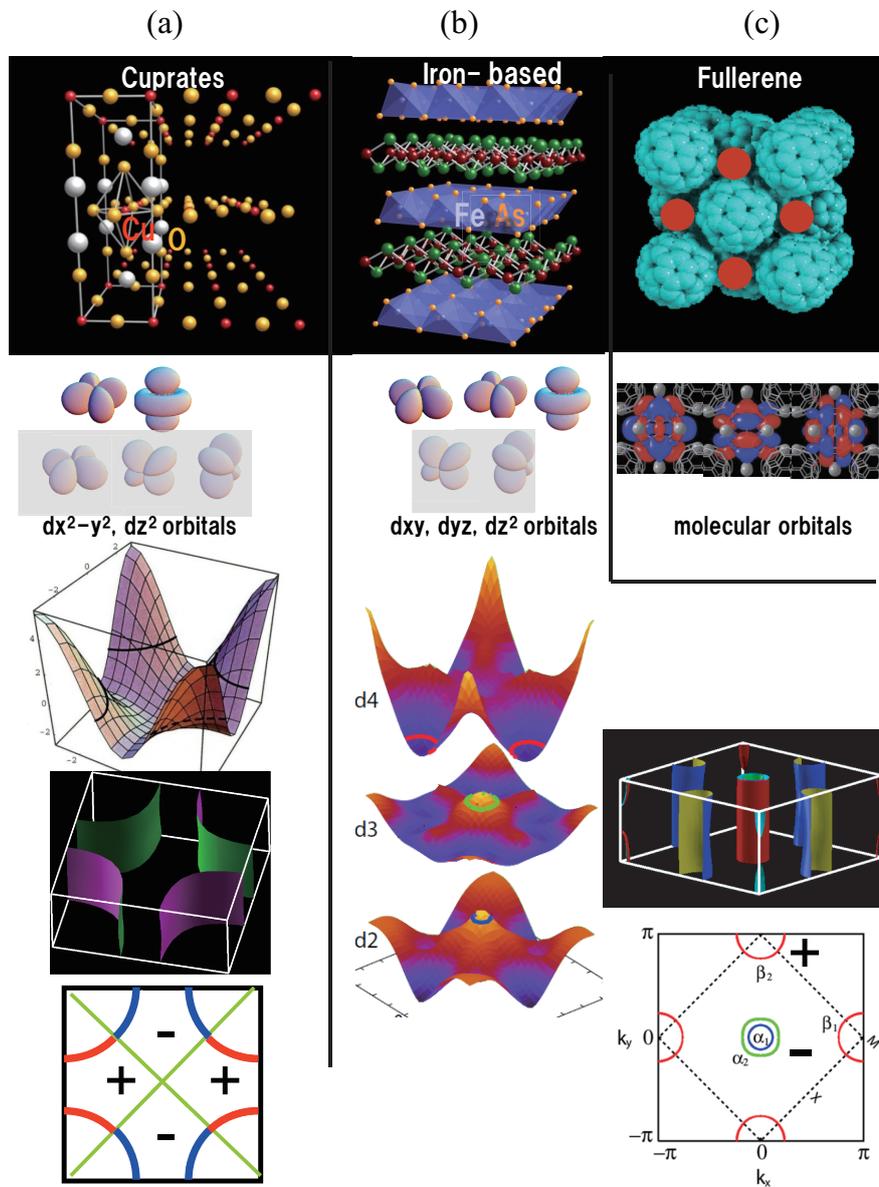


図7 Cuprates (a), 鉄系超伝導体 (b), フラレン (c) に対する結晶構造 (上段)、関与する軌道 (2段目)、バンド分散とフェルミ面 (下段、符号はギャップ関数の符号)。

## 参考文献

- [1] 秋光 純、芝内孝禎、遠山貴巳、前田京剛 (編) : 固体物理「超伝導の新しい潮流」特集号 **51** (2016)。理論については、同号の青木秀夫、p.591。
- [2] T. Oka and H. Aoki, Phys. Rev. B **79**, 081406(R) (2009) [erratum: **79**, 169901(E)]

- (2009)].
- [3] H. Aoki, *J. Superconductivity and Novel Magnetism* **33**, 2341 (2020).
  - [4] 例えば 1990 年代には青木秀夫、川上則雄、永長直人（編）：物理学論文選集「物性物理における場の理論的方法」（日本物理学会、1995）が編まれている。また、湯川国際セミナー「低次元場の理論と物性物理」も行われた [青木秀夫、*固体物理* **26**, 913 (1991)]。
  - [5] これは 2000 年頃から盛んになり、文献は多いが、例えば S.G. Louie in S.G. Louie and M.L. Cohen (editors): *Conceptual foundations of materials* (Elsevier, 2006), p.9; 青木秀夫、樽茶清悟、十倉好紀（編）：「相関電子系の物質設計」特集号、*固体物理* **36**、第 10 号 (2001)。
  - [6] E. Pavarini, I. Dasgupta, T. Saha-Dasgupta, O. Jepsen, and O. K. Andersen, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 047003 (2001).
  - [7] H. Sakakibara, H. Usui, K. Kuroki, R. Arita and H. Aoki, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 057003 (2010); H. Sakakibara et al, *Phys. Rev. B* **85**, 064501 (2012) (Editor's Suggestion); *Phys. Rev. B* **86**, 134520 (2012); *Phys. Rev. B* **89**, 224505 (2014).
  - [8] M. G. Yamada, T. Soejima, N. Tsuji, D. Hirai, M. Dincă and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **94**, 081102(R) (2016).
  - [9] S. Kitamura, N. Tsuji and H. Aoki, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 045304 (2015).
  - [10] N. Tsuji, T. Oka, P. Werner and H. Aoki, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 236401 (2011) (Editors' Suggestion; Viewpoint); *Phys. Rev. B* **85**, 155124 (2012) ; 辻 直人、岡 隆史、青木秀夫、*固体物理* **48**, 425 (2013)。
  - [11] J. W. McIver, B. Schulte, F.-U. Stein, T. Matsuyama, G. Jotzu, G. Meier and A. Cavalleri, *Nature Physics* **16**, 38 (2020).
  - [12] K. Kuroki, S. Onari, R. Arita, H. Usui, Y. Tanaka, H. Kontani and H. Aoki, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 087004 (2008). 黒木和彦、有田亮太郎、青木秀夫、*日本物理学会誌* **64**, 826 (2009) も参照。
  - [13] K. Kuroki, H. Usui, S. Onari, R. Arita and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **79**, 224511 (2009).
  - [14] S. Tsuneyuki, M. Tsukada, H. Aoki and Y. Matsui, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 869 (1988); S.

- Tsuneyuki, Y. Matsui, H. Aoki and M. Tsukada, *Nature* **339**, 209 (1989); H. Aoki and S. Tsuneyuki, *Nature* **340**, 193 (1989); S. Tsuneyuki, H. Aoki, M. Tsukada and Y. Matsui, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 776 (1990).
- [15] H. Aoki and T. Ando, *Solid State Commun.* **38**, 1079 (1981) [(reprinted as *Solid State Commun.* **88**, 951 (1993)].
- [16] H. Aoki, N. Tsuji, M. Eckstein, M. Kollar, T. Oka and P. Werner, *Rev. Mod. Phys.* **86**, 779 (2014).
- [17] H. Aoki and H. Kamimura, *J. Phys. Soc. Japan* **39**, 1169 (1975).
- [18] X.Y. Zhang, M.J. Rozenberg and G. Kotliar, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1666 (1993).
- [19] 青木秀夫監修：多体電子論、第 I 巻：草部浩一、青木秀夫：「強磁性」（東京大学出版会、1998）；第 II 巻：黒木和彦、青木秀夫：「超伝導」（1999）；第 III 巻：中島龍也、青木秀夫：「分数量子ホール効果」（1999）。
- [20] *Proc. 2nd Int. Conf. on the Electronic Properties of Two-Dimensional Systems* (Berchtesgaden, 1977) ed. by J.F. Koch and G. Landwehr (North-Holland: Amsterdam, 1978) [*Surf. Sci.* **73** (1978)].
- [21] 青木秀夫、*固体物理* **35**, 451 (2000)。Mott 自身による自叙伝は *Nevill Mott: A Life in Science* (Taylor & Francis, 1986)。
- [22] M. Kaveh and N.F. Mott, *J. Phys. C* **14**, L177 (1981)。
- [23] H. Aoki, *J. Phys. C* **13**, 3369 (1980)。多体系については、A. Shimizu, H. Aoki and H. Kamimura, *J. Phys. C* **19**, 725 (1986)。
- [24] 例えば、森垣和夫、米沢富美子、嶋川晃一（編）*固体物理「アモルファス半導体と関連物質」特集号*、**37**, No.12 (2002)。桑野幸徳「太陽電池はどのように発明され成長したのか—太陽電池開発の歴史」（オーム社、2011）も参照。
- [25] G. Matmon et al, *Phys. Rev. B* **97**, 155306 (2018)。
- [26] S. F. Edwards and P. W. Anderson, *J. Phys. F* **5**, 965 (1975)。
- [27] 松井義人、坂野昇平（編）：「岩石・鉱物の地球化学」（岩波、1992）。
- [28] 松井義人、*固体物理* **22** (1987)。
- [29] J. Maddox, *Nature* **335**, 201 (1988)。

- [30] M. L. Cohen, *Nature* **338**, 291 (1989).
- [31] 例えば G. Desiraju, *Nature Materials* **1**, 77 (2002)。
- [32] T. G. Sharp et al, *Science* **284**, 1511 (1999); A. E. Goresy et al, *Science* **288**, 1632 (2000).
- [33] H. Aoki, Y. Syono and R. J. Hemley (ed): *Physics Meets Mineralogy — Condensed-Matter Physics in Geosciences* (Cambridge Univ. Press, 2000) は、造岩鉱物と固体物理の学際的観点から、多様な結晶構造を論じている。この本の書評は、*Acta Crystallographica A* **58**, 303 (2002)。
- [34] T. Kennedy and E. H. Lieb in T.C. Dorlas et al, (eds), *Statistical mechanics and field theory: mathematical aspects* (Lecture Notes in Physics, vol.257) (Springer, Berlin, Heidelberg, 2005).
- [35] Elliott H. Lieb: *The stability of matter: from atoms to stars* (4th ed., Springer 2005). 序文には F. Dyson が寄稿。
- [36] R. Arita, T. Miyake, T. Kotani, M. van Schilfgaarde, T. Oka, K. Kuroki, Y. Nozue and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **69**, 195106 (2004) ; 有田亮太郎、青木秀夫、野末泰夫、日本物理学会誌 **62**, 694 (2007)。
- [37] R. Akashi, M. Kawamura, S. Tsuneyuki, Y. Nomura, and R. Arita, *Phys. Rev. B* **91**, 224513 (2015); R, Akashi et al, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 075503 (2016).
- [38] M. Murakami et al, *Science* **304**, 855 (2004); A. R. Oganov and S. Ono, *Nature* **430**, 445 (2004). Post-perovskite 構造をもつ物質の第一原理電子状態の例は、R. Carcas and R.E. Cohen, *Phys. Rev. B* **76**, 184101 (2007).
- [39] <http://cms.phys.s.u-tokyo.ac.jp/>
- [40] Daniel J. Amit: *Field theory, the renormalization group, and critical phenomena* (McGraw-Hill, 1978).
- [41] 教材は H. de Raedt et al, *Phys. Rep.* **127**, 233 (1985); J.E. Hirsch, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 228 (1987).
- [42] 青木秀夫、大栗博司、日本物理学会誌 **65**, 638 (2010)。
- [43] 青木秀夫、大栗博司、*固体物理* **42**, 505 (2007) [大栗博司：「素粒子のランドスケー

- プ」(数学書房、2012)に再録]。
- [44] 例えば、藤川和男：経路積分と対称性の量子的破れ(岩波書店、2001)。K. Ishikawa, *Phys. Rev. Lett.* **53**, 1615 (1984) も参照。
- [45] Hermann Weyl: *Raum-Zeit-Materie* (Springer, 1919; その後何度も再版)。ちなみに、A. Einstein: *Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie — Gemeinverständlich* (Vieweg, Braunschweig, 12th ed., 1921) という本をもっているが、その前書きの「第三版への追記」をみると、「本年(1918)、H. Weyl の“Raum.Zeit.Materie”が出版され、数学者、物理学者に暖かく推薦したい」とある。
- [46] 例えば、Alexander Altland and Ben Simons: *Condensed matter field theory*, 2nd ed. (Cambridge Univ. Press, 2010); Eduardo Fradkin: *Field theories of condensed matter physics*, 2nd ed. (Cambridge Univ. Press, 2013); 永長直人：物性論における場の量子論(岩波書店、1995); 電子相関における場の量子論(岩波書店、1998)。
- [47] 一番最近では、彼女は axion についての論文 [J. Gooth et al, *Nature* **575**, 315 (2019)] も出しているので、素粒子がよく揃っているといえる。
- [48] B. T. Matthias in *Proc. 8th Int. Conf. on Low Temperature Physics*, ed. by R. O. Davies (Butterworths, London, 1963), p. 135. Kohn-Luttinger 定理 [W. Kohn and J. M. Luttinger, *Phys. Rev. Lett.* **15**, 524 (1965)] も参照。
- [49] K. Kuroki and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **60**, 3060 (1999).
- [50] P. Monthoux and G.G. Lonzarich, *Phys. Rev. B* **59**, 14598 (1999).
- [51] R. Arita, K. Kuroki and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **60**, 14585 (1999); *J. Phys. Soc. Japan* **69**, 1181-1191 (2000).
- [52] K. Kuroki, R. Arita and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **60**, 9850 (1999).
- [53] K. Kuroki, R. Arita and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **63**, 94509 (2001); R. Arita, S. Onari, K. Kuroki and H. Aoki, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 247006 (2004); R. Arita, K. Kuroki, and H. Aoki, *J. Phys. Soc. Jpn* **73**, 533 (2004).
- [54] S. Onari, R. Arita, K. Kuroki and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **73**, 014526 (2006).
- [55] R. Arita, S. Onoda, K. Kuroki and H. Aoki, *J. Phys. Soc. Japan* **69**, 785 (2000).
- [56] S. Onari, K. Kuroki, R. Arita and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **65**, 184525 (2002); S. Onari,

R. Arita, K. Kuroki and H. Aoki, Phys. Rev. B **68**, 024525 (2003).

- [57] カノニカル変換と QMC を使った解析は Phys. Rev. B **42**, 2125 (1990); Phys. Rev. Lett. **69**, 3820 (1992); Phys. Rev. B **48**, 7598 (1993)。Bosonization と QMC を使った解析は K. Kuroki and H. Aoki, Phys. Rev. Lett. **72**, 2947 (1994)。総説としては K. Kuroki and H. Aoki in *Quantum Monte Carlo methods in condensed matter physics*, ed. by M. Suzuki (World Scientific, Singapore, 1993), p.205; H. Aoki in *New horizons in low-dimensional electron systems*, ed. by H. Aoki, M. Tsukada, M. Schlüter and F. Lévy (Kluwer Academic, Dordrecht, 1992), p.261.