

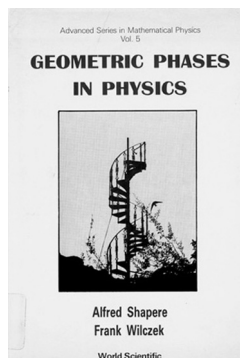
名著に親しむ

1. はじめに

本特集冒頭の私の解説でも先ず触れたように、位相というと topology と phase の二義がある。ここでは、より一般にトポロジーや場の理論の教科書も含めて、私が従来から親しんでいるものに限ってご紹介したい。下に掲げる書のうち、最初の 2 冊は「位相」そのものを扱ったものである。その次に topology 関連の書籍を挙げたが、これは、微分幾何学そのものの教科書から、トポロジカル量子数に特化したものまで様々に亘る。最後に、広い意味での位相（つまり物理学と幾何学の接点）という概念の父とも言える Weyl の書を掲げたい。

2. 『Geometric Phases in Physics』

Alfred Shapere and Frank Wilczek (編), World Scientific, 1989.



私の知る限り、「幾何学的位相」を表題にした数少ない単行本。とは言っても、オリジナルなのは冒頭の M. Berry による overview をはじめとした、各章冒頭の簡単な解説のみで、あとは関連論文のリプリント集である。編者の一人 Wilczek は 2004 ノーベル物理学賞受賞者であるが、anyon に関する仕事をする、など位相にも関連深い。

3. 『幾何学的量子力学』

倉辻比呂志著, シュプリンガー・ジャパン, 2006.

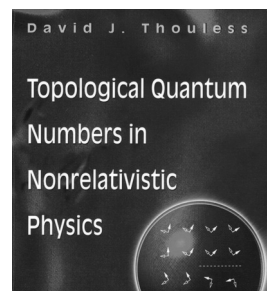
数理科学 NO. 528, JUNE 2007



長年に亘り「幾何学的位相」の第一人者として研究してきた著者の集大成とも言えるべき教科書。経路積分から始まり、幾何学的位相、そして量子ホール効果に至るまで丁寧に解説されている。

4. 『Topological Quantum Numbers in Nonrelativistic Physics』

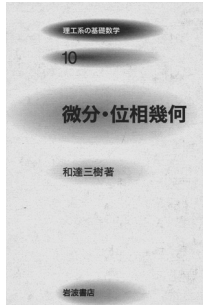
David J. Thouless 著, World Scientific, 1998.



トポロジカル量子数の歴史は長く、本書の著者の Thouless も、1970 年代から携わっている。この本は、前半は、磁気モノポール、超流動体や超伝導体における渦糸、量子ホール効果、液晶、トポロジカル相転移の解説、後半が関連する論文集となっている。このようなテーマをまとめた本は少ないとともに、物性物理の様々な概念を創始した著者の淡々とした語り口が優れているので、貴重である。

5. 『微分・位相幾何』

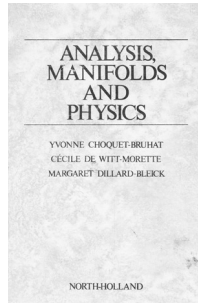
和達三樹著, 岩波書店, 1996.



微分幾何学と位相幾何学の初歩を解説した教科書。著者は、厳密可解模型などの数理物理学の大家であり、実際本書は、物理学者の書いた数学書の典型で、大変に読みやすい。微分形式、多様体、ホモトピー、ファイバー束など、位相に直接関連する数学が、初学者が丁寧に式を追いながら学べるように書かれている。

6. 『Analysis, Manifolds and Physics』

Yvonne Choquet-Bruhat, Cécile DeWitt-Morette, and Margaret Dillard-Bleick 著, North-Holland, 1977.

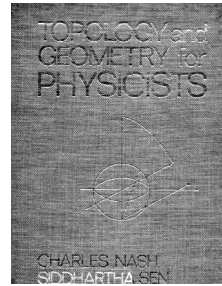


題名の示すとおり、多様体を中心とした微分幾何学の教科書である。本書の「Introduction」は、「物理において(或る概念に)慣れてしまうと理解したつもりになってしまう (familiarity is a substitute for understanding) が、…、数学は物理法則の定式化そのものであるからちゃんとやる必要がある」という格調高い文から始まり、「(数理物理学は) あまりに単純で精密であると同時に奇跡的なので、これをどんな大胆なファンタジーでも偶然にひねり出すことはないだろ

う」という Hilbert の言葉で終わっている。そう言えば、本書の3人の著者は全員女性であり、数学は女性に向かないという一般概念の反例になっている。ちなみに、Hilbert は、Emmy Noether という女性の数理物理学者を大学のスタッフにしようと尽力し、当時のこととて大変苦労したことが知られている。

7. 『Topology and Geometry for Physicists』

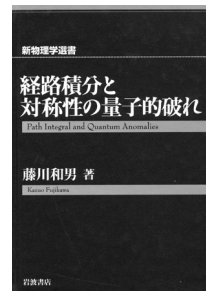
Charles Nash and Siddhartha Sen 著, Academic Press, 1983.



この本は、物理屋さんに読みやすいトポロジーの本として昔から有名で、実際、上記の Choquet-Bruhat 等の本が完璧に数学のスタイルで書いてあるのに対して、カバーする内容は似ているのに大変読みやすい。特に、ファイバー束の微分幾何学に詳しい。

8. 『経路積分と対称性の量子的破れ』

藤川和男著, 岩波書店, 2001.

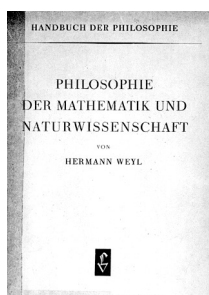


本特集で藤川氏により量子異常と位相について解説されているが、本書は、量子異常(古典的には存在する対称性が、量子論に行くと崩れる)という興味深いテーマが解説されている。経路積分から始まり、教科書のス

タイトルで解説されているので、量子異常や、光の「位相演算子」をフォトン個数に共役なものとして定義できるか、などの一見トピカルなテーマを追いながら、場の理論の深いところまで学べるように書かれている。量子異常には様々あり、Weyl 量子異常、カイラル量子異常、重力量子異常などがカバーされている。

9. 『Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft』

Hermann Weyl 著, Leibniz Verlag München, 1928.



最後に、Weyl はゲージ場理論の生みの親の一人と言えるが、もっと広い意味でも、物理学と数学 (特に幾何学) との関連を深めた人ではないだろうか。ゲージ場もある意味では幾何学であり、Weyl は一般に対称性と物理を深く考察した人である。この本は、数学と物理学 (表題は自然科学となっているが) との関連について書かれたエッセイである。第一部「数学」の第3章は「幾何学」であり、多様体などについて論じられている。第二部は「自然科学」で、その第1章は空間と時間の幾何学、つまり相対論について論じられている。Weyl には、良く知られた“*Raum-Zeit-Materie*”という一般相対論の教科書があり、そのモダンな解説書も出版されている (Erhard Scholz (ed.): *Hermann Weyl's Raum-Zeit-Materie and a General Introduction to His Scientific Work*, Birkhäuser, 2001)。若い諸君は、数学と自然科学の哲学などという御託を並べる暇があれば数学を即使ってしまえば良いのでは、と思うかもしれないが、たまにはこのような書に触れるのも悪くはなからう。

青木 秀夫 (東京大学大学院理学系研究科)