

強相関系の非平衡物理

 岡 隆 史 〈東京大学大学院理学系物理学専攻 113-0033 東京都文京区本郷 7-3-1 e-mail: oka@cms.phys.s.u-tokyo.ac.jp〉

 青木秀夫 〈東京大学大学院理学系物理学専攻 113-0033 東京都文京区本郷 7-3-1 e-mail: aoki@phys.s.u-tokyo.ac.jp〉

非平衡強相関系について解説する.これは強相関電子系の光誘起相転移や非線形伝導などの研究に発し,冷却原子気体における光格子中の非平衡ダイナミックスなどとも関連して,実験・理論が急速に進展している分野である.QEDにおけるシュウィンガー機構など強電場中の場の理論における概念が,物性物理において多体効果を舞台として発展している様子を,物性版 "strong field physics" として解説する.

1. はじめに

物理系を強い外場にさらして、平衡から激しくずらすと 何が起きるであろうか.そこには、平衡では思いもよらな いような豊かで多彩な物理が潜んでいる.近年**量子多体系** における非平衡状態に興味が持たれ、理解が進展しつつあ る.中でも光誘起相転移などの固体物理における現象は、 全く別の系である冷却原子系におけるダイナミックスにお いても実現しており、現在互いに影響を与えながら研究が 進められている(図1).これらの試みは線形応答理論³⁾を 非線形へ拡張するという非平衡統計力学の流れの中に位置 づけられるが、特に、相転移現象という外場についての非 摂動的な効果が誘起されるという点で興味を持たれている. このあたりを、場の理論との関連を含めた学際的な意味も 探りながら解説してみよう.

固体物理の特徴は研究できる現象の多彩さにあるが,特 に強相関電子系と呼ばれる物質群では,モット絶縁体や超 伝導,あるいは磁性や電荷秩序など様々な相が実現する. それらの相転移の中でも電気伝導が相互作用によって凍結 されたモット絶縁体への転移は強相関現象の基本的なもの として,平衡系では膨大な研究がされてきた.⁴⁾ 斥力が絶 縁化を引き起こすことは,ハバード模型のような短距離斥 力系の場合には,図1(b)添図のように各サイト(ポテン シャルのくぼみ)にほぼ一つずつの粒子がいる状況を考え ると分かりやすい. 直感的には,ある粒子が隣のサイトに 移動しようとすると先客がいるので斥力によりエネルギー を損するので,阻害される.このような相転移現象を自在 に制御することがこの分野の研究者の大きな目標となって おり,光誘起相転移では,物質に強力なレーザー光を照射 し電子を励起することでこれを実現する.⁵⁾ その際に用い



図1 (a) 相関電子系 (Ni 錯体) のポンプ・プローブ実験 (添図) における 光励起キャリア密度の時間変化.¹⁾ (b) 光学格子 (添図) 中の冷却原子気体 におけるダブロン占有率の時間変化.²

られるポンプ・プローブ分光と呼ばれる実験手法では最初 にポンプと呼ばれるパルス・レーザーを照射して電子を強 く励起し,その後の時間発展をプローブ(測定)する.図 1(a)はポンプ光を照射した後のモット絶縁体中の励起キ ャリア数の時間変化をプロットしたものである.

一方,冷却原子系は,連続空間内に作られるだけでなく, 対向するレーザー光による定在波により作られる格子状の ポテンシャル (光格子と呼ばれる) に原子を置くことがで き、格子上の強相関モデルであるハバード模型が人工的に 実現される、この場合は、原子が固体中の電子と似た役割 を果たす.冷却原子系ではフェッシュバッハ共鳴により原 子間相互作用を自在に変化させたり、光格子を揺すったり (shake) することができるため、高い制御性を持ち、非平 衡ダイナミックスの研究が盛んになっている.また,冷却 原子系はトラップ中に浮かんでいるために、孤立量子系が 実現する.図1(b)では、光格子において、ダブロン (doublon; 二重占有状態, すわなち一つのサイトに↑スピンと ↓スピンの2個の粒子がいる状態)の期待値の時間変化を プロットしている. この量は電子系では直接測定は困難な のだが、冷却原子系では測定が可能で、図では指数関数的 に減衰すること、また時定数が相互作用 Uによって変わる ことが見て取れる.

二つの実験を図1(a), (b) に並べた理由は、これらが同様な現象を見ていると考えられるからである。その現象とはモット絶縁体の破壊現象とその後の緩和のダイナミックスである。大きな違いは時間スケールであり、粒子がサイトの間を移動するのに必要な時間 h/t^{hory} 程度)は電子系ではフェムト秒(10^{-15} s) であるのに対し、冷却原子系ではミリ秒(10^{-3} s) という遅いものであり、両者には12桁もの差がある。なお、時間的な測定精度という点では、現在、固体物理のポンプ・プローブ分光⁶⁰ と冷却原子系²⁰は、ともに粒子の運動を直接見ることができる程度に速い。

ここで後の議論のために,ハバード・ハミルトニアンを 書いておこう.これは格子上の相関粒子系の基本的なモデ ルで,

$$H(t) = -\sum_{ij} \left[t_{ij}^{\text{hop}} e^{-iA_{ij}(t)} c_{i\sigma}^{\dagger} c_{j\sigma} + \text{h.c.} \right] + U \sum_{j} n_{j\uparrow} n_{j\downarrow}$$
(1)

のように与えられる.ここで, $c_{j\sigma}^{\dagger}$ はスピン σ を持つフェル ミオンをサイトjに生成する演算子, t_{ij}^{hop} はi, jサイト間の ホッピング, Uは2個のフェルミオンが同一サイトに来た ときに働く斥力相互作用である.場の理論に慣れた人は, ハバード模型はおおざっぱには,Gross-NeveuやNambu-Jona-Lasinioのようなフェルミオン間の4点相互作用を持 つ場の理論を格子上に実現したものと思えばよい.⁷⁾この 模型に電場をかけると,ホッピングに上式で与えたような 位相が付加される(ここでは*i*,*j*間の電位差を,ベクトル ・ポテンシャルの時間微分 $eaE_{ij}(t) = -\partial_t A_{ij}(t)$ で与えてい る;*e*,*a*はそれぞれ素電荷と格子定数である).

固体物理では、銅酸化物高温超伝導体の母物質がモット 絶縁体であり、その絶縁体転移の本質が電子相関にあるこ とが認識されるにつれてハバード模型は注目を集めていっ た. この母物質に電荷を持つキャリア(電子,あるいは正 孔)を注入することによってd波超伝導が現れる. この際、 キャリア注入の方法としては物質の化学組成を変える化学 ドーピングが用いられてきた. モット絶縁体の光誘起相転 移の研究の大きな動機はこれまでの化学ドーピングとは違 う新しい方法を試すこと、つまり光によってキャリアを注 入し、その振る舞いを調べることにあり、もしも可能なら ば光誘起超伝導転移などの興味深い現象を引き起こすこと にある.

2. 光誘起相転移と様々な物理過程

それでは、固体のポンプ・プローブ分光の際に起きる物 理過程について、図式的に見てみよう(図2).光誘起相転 移を、基底状態を乱すことからスタートする一連の時間発 展として考えると、ポンプ光による励起は「初期状態」を 定める.「終状態」は光のエネルギーが熱に還元されて系 全体に共有された熱化状態(thermalized state)であり、実 験では「初期状態」から「終状態」までの系の時間発展が 時々刻々とプローブされる. 図中の"電子の状態"という 線は励起キャリア数に代表される平衡系からの「距離」を 象徴的に表す.これまでの研究により、基底状態とも終状 態とも異なる状態が光誘起相として出現する例が様々見つ かっている.これからも分かるように、光誘起「相転移」 は平衡系統計力学の意味での相転移ではなく、準定常状態 というものはありえるが、基本的には過渡過程の物理であ ることが多い. そのため緩和の様子を分類し理解すること が重要になる.

2.1 光励起

光誘起相転移において広く用いられるレーザー光のフォ トン・エネルギーは1eV程度である.光照射によって高 エネルギーの初期状態が用意される.図1のモット絶縁体 でいえば,光はダブロンと正孔(電子のいないサイト)を 対として生成させる.

励起のメカニズムについても現在理解が深まっている. まず,吸収帯(光学吸収スペクトルがゼロでないエネルギ ー領域)と共鳴するレーザー光を利用した場合は,励起は 主にフェルミの黄金則や線形応答理論によって記述される 摂動的なものとなる.一方,吸収帯から外れたレーザーで は電場の弱いときは多光子吸収,強いときはシュウィンガ ー機構あるいはランダウ-ゼナー(Landau-Zener)遷移(4,5 節)と呼ばれる量子トンネルによって励起が起きる.

また、レーザー光を照射し続けていると、系が非平衡で はあるが定常的な状態に落ち着くことがある.この状態は、 フロッケ (Floquet) 状態 (6節) と呼ばれるものであり、そ の重要な性質はレーザー光を選ぶことにより非平衡定常状 態をコントロールできる点である.例として下では、ディ ラック電子系における光誘起ホール効果⁸⁾や、フェルミオ ン間相互作用の変換³⁰⁾などの提案を紹介する.また、光 誘起相転移の大きな話題としては、半導体において光によ って生成されたエキシトンのボース・アインシュタイン凝 縮が実験的に観測された¹⁸⁾が、これについては然るべき 文献に譲る.

2.2 緩和現象と熱化

量子系の緩和過程は様々な分野で活発に研究されている が,系に依存する部分も大きいので画一的に述べることは 難しい.ここでは光誘起相転移と関連して議論されている 事柄に限って説明しよう.緩和には,モット絶縁体の金属 化のように電子自由度で基本的には理解できるものと,格 子など他の自由度が重要な役割を果たす場合とがある.

速い緩和 モット絶縁体は光照射すると金属に転移し得 るが,その後の緩和は非常に速い.¹⁾実際,図1(a)の実験 では緩和時定数は~100 fs 程度であった.このような光励



図2 ポンプ・プローブ実験における光誘起相転移と様々な物理的過程.*印はハバード模型のモット絶縁体相に関連深いもの.

起直後の速い現象は主に電子間相互作用によって起きるものであり,孤立量子系の内部で起きているとみなせる.前述のように,光学格子中の冷却原子気体でも同様な現象が起きる.²⁾

ハバード模型では、これまでの理論研究により緩和過程 はいくつかの段階に分かれることが知られている.^{9,10)}ま ず、励起が終わり緩和が始まった直後には系は準定常状態 をとる.この現象は初期熱化 (prethermalization)^{11,9)}と呼 ばれており、熱平衡状態とは異なる高エネルギー状態であ り、固有状態の間の位相がバラバラになるデコヒーレンス によって引き起こされ、本格的な緩和が始まるまで続く.

その後,通常の金属ではボルツマン方程式で記述される ような電子間散乱が始まる.一方,強相関系ではダブロン と正孔が対消滅しエネルギーを多体系の別の自由度(多数 のスピン集団励起など)に渡すことにより緩和が進む.^{12,2)} 図1(a),(b)では後者の緩和現象が見えていると考えられ る.光格子中の冷却原子気体で実現されたハバード模型に 対し詳細な実験が行われ,緩和の時定数τは斥力をU,バ ンド幅(格子フェルミオンの運動エネルギー)をWとして

$$\tau^{-1} \propto t^{\text{hop}} \exp\left[-\alpha U/W \ln\left(U/W\right)\right]$$
(2)

のようにスケールすると考えられている (αは1の程度の 定数).²⁾ 冷却原子気体ではこのスケーリングは斥力*Uを*変 えながら実験を繰り返すことで確認されているが,固体系 では検証は簡単ではない.系に圧力をかけてバンド幅を変 化させた上でポンプ・プローブ実験を行う方法が考えられ る.また,固体において電子・格子相互作用が強く,格子 の運動が電子系と同程度に速い場合はフェルミオンとフォ ノンが結合した複合量子系として時間発展する.¹³⁾この場 合,電子の緩和はボソンにエネルギーをはき出すことがで きるため加速される.

遅い緩和 電子が格子歪み,あるいは磁性,電荷秩序に 代表される平均場的秩序のような非常にゆっくりした自由 度と結合した場合に特にドラマチックな光誘起相転移が見 られる. 遅い自由度が一次相転移点近傍のように多重安定 状態にあると、安定相の間でのスイッチングが起きること がある.¹⁵⁾ このような系の基本となるのはフランク・コン ドン描像(図2の右下の挿図)である. すなわち, 例えば 格子歪みなどの遅い自由度を規定する量 (図の横軸) に対 して、電子などの速い量子論的な自由度と結合している効 果は、この量子状態に依存したポテンシャル曲線によって 表現できる(図中の2つの青線). 矢印1のように速い自由 度が基底状態から励起状態へ遷移すると遅い自由度にとっ てはそこは安定点ではなく、矢印2のように変化する、や がて, 速い自由度が輻射などにより低エネルギー状態へ緩 和すると、その後矢印3のように真の最低エネルギー状態 へ戻ろうとする. ところが、もし途中にポテンシャルの準 安定状態があればそこに引っかかり、矢印3の変化には長 い時間を要する。この準安定状態が協力現象を通じて「光 誘起相」としてマクロスケールで実現することもある. こ のような現象の例としては光誘起構造相転移がある.⁵⁾ま た,局所的に起きたスイッチングが協力現象によって加速 度的に周辺に広がる「光ドミノ効果」なども調べられてい る.^{14,16)}さらに,電荷秩序化(電子密度に非一様性が生じ る)などは電子相関のために起きる相転移であるが,平均 場近似が比較的良い描像となっており,その平均場を遅い 自由度と見なすことにより多くの実験事実が説明されてい る.¹⁷⁾

3. 他の分野における諸概念との関係

非平衡量子系の研究は歴史も古く、量子力学や場の理論 の黎明期である前世紀の初期から多くの重要な概念が出さ れている.ただ、最近の研究の特徴は、理論先行ではなく 実験に触発されている点、さらに、複数の分野で似た概念 が同時並行的に研究されている点などであろう. 前節(図 2) で見たように、光誘起相転移の主要な興味は強力なレ ーザー光による励起であるから、強励起のメカニズムを理 解するために線形応答を越えた様々な手法が開発されてい る. 強い外場によって引き起こされる現象は高エネルギー 物理などでも "strong field physics" として分野横断的に研 究されている. これらについては本稿の後の方で紹介する が、表1では、光誘起現象に関連して、物性物理と高エネ ルギー物理の両分野で議論される現象のうちで対応のつく ものを並べてみた. Strong field physics, あるいは「レーザ - 素粒子物理学」とも呼ばれる領域では、強力なレーザー 光により場の理論の真空を非平衡相転移させる可能性が研 究されており、²⁰⁾物性物理における光誘起相転移の理論と 関係が深い.

励起後の緩和について電子系と冷却原子気体に関して上 で触れたが、これらの中にはより広い分野において適用さ れる概念もある。例えば、2節で論じた初期熱化は、相対 論的重イオン衝突型加速器 (RHIC) におけるハドロンの非

表 1 物性物理と高エネルギー物理における "strong field physics" に関する 類似現象・概念.

Condensed matter	High energy
Photo-induced phase transition, Cold atom dynamics	Strong laser in QFT, RHIC
Topological insulator, Quantum Hall effect	Quantum anomaly
Photo-induced Hall effect	Dirac particles in circularly polarized light
Floquet picture	Furry picture, Volkov state
Landau-Zener tunnelling in band insulators	Schwinger mechanism in non-interacting QFT
Many-body Landau-Zener mechanism	Schwinger mechanism in interacting QFT
Non-adiabatic geometric phase	Heisenberg-Euler effective Lagrangian
Berry's phase formalism for polarization	Vacuum polarization
Doublon decay	Pair annihilation, back reaction
Photo-induced metallic state, Thermalization	QGP, Black hole formation

平衡相転移とクォーク・グルーオン・プラズマ生成の研究 の中で生まれた概念であった.さらにスケールの大きな物 理としては、宇宙論における宇宙背景輻射の揺らぎ (COBE)の問題なども、インフレーションを宇宙の真空の 非平衡相転移現象と見なせば類似点もあるかもしれない. また、より一般の量子系の基礎論の立場から緩和現象を議 論することもされている.孤立系では初期状態を用意した 後は、時間発展の際に固有状態の間の位相の不整合による デコヒーレンスしか起きない.その中で物理量の長時間平 均が熱平衡分布のそれと一致するか、という問題は未だに 議論されている難しい問題である.関連して、非可積分マ クロ系では固有状態の一つ一つが熱平衡系と同じように振 る舞うという固有値熱化 (eigenstate thermalization)という 仮説があり、これらを数値的に検証する研究も話題となっ ている.¹⁹⁾

3.1 電子系における Strong field physics

先ず,実現可能性という点から,光で相転移を起こすに はどれだけ強力なレーザーが必要なのであろうか? 励起 状態を作るためには、(a)吸収帯と共鳴したレーザー光を 照射するか、(b)トンネル効果が起きるほど強力なレーザ ーを照射する、という方法が考えられる.(b)の目安を与え るのが(場の理論の言葉では)シュウィンガー(Schwinger) 極限である。固体物理の光誘起相転移では主に(a)の方法 で光キャリアを生成してきたが、素粒子物理の場合、例え ばQEDを考えると、ギャップは電子・陽電子対の生成エ ネルギー $\Delta = 2m_e c^2 \sim 10^6 \text{ eV}$ となる (m_e は電子の質量, cは 光速). これほど大きなフォトン・エネルギーを持つレー ザーは用意できないから、必然的にフォトン・エネルギー が励起エネルギーを下回るサブギャップ励起を考えること になる. (b) におけるシュウィンガー極限はキャリア生成 が量子トンネル効果で起きるしきい値を与え、QEDの場 合は

$$F_{\rm Sch}^{\rm QED} = m_e^2 c^3 / e\hbar \sim 10^8 \, \text{V/Å}$$
⁽³⁾

という膨大な電場強度になる (近い将来に自由電子レーザ ーなどで到達可能とはいわれている).他方,固体中の電 子系ではエネルギー・スケールが格段に低く,典型的な励 起ギャップは Δ ~1 eV程度である.シュウィンガー極限は 元々はQEDのように弱結合系に対して議論されてきたが, 強相関系 (多体効果のために励起ギャップが開く)にも拡 張できる.^{21,22)} モット絶縁体の場合はモット・ギャップ Δ_{Mott} と相関長 ξ (~ダブロン・正孔対のサイズ)を用いて

$$F_{\text{Mott}} = \Delta_{\text{Mott}} / \xi \sim 0.1 \text{ V/Å}$$
(4)

で与えられる.右辺の数値は典型的なモット絶縁体のもの である.現在の超短パルスレーザーの最大出力はこの物性 版シュウィンガー極限を大きく凌駕している.つまり,物 性系では高エネルギー物理では難しいシュウィンガー極限 の物理を実験室で研究できる.



図3 フォトン・エネルギー (光の振動数 Ω ; 横軸)と, 光の強度 (F; 縦軸) のパラメーター空間における, 光によって引き起こされる様々な現象の分 類 (a: 格子定数, ξ : 相関長).

それでは、フォトン・エネルギー(光の振動数Ω)と光 の強度Fのパラメーター空間の上で、光によって引き起こ される様々な現象を分類してみよう(図3).Ω=0(左端) の極限はDC 電場を印可した時の非線形伝導の問題であり、 一方 Ωが大きい領域は光誘起現象である. それでは、非線 形伝導 (DC 現象) と光誘起相転移 (AC) という二つの描像 はどこで区別できるであろうか? 実は図の実線の一つ. "ケルディッシュ (Keldysh) 線" ($F \sim \Omega/\xi$) が大雑把にはそ れに対応する.^{22,23)}非線形伝導と光誘起相転移の違いは電 子・正孔対の生成メカニズムにある.前者は量子トンネル 効果、後者は(多)光子吸収が支配的な領域である、図に もう一本ある斜線 (バンド反転線)を理解するためには, 光誘起現象の理論において重要な概念であるフロッケ描像 について触れる必要があるが、これらについては節を改め て説明しよう (6節). なお、横軸 (Ω) をたどったときに、 レーザー光の非線形効果が重要となるのはフォトン・エネ ルギーが吸収帯から外れる場合で、この時は非線形効果を 考えなければ励起が起きない.

4. 電場誘起分極とシュウィンガー機構

それでは、強力な電場やレーザー光を加えたときの電子 系の振る舞いについて説明しよう.まず、強いDC電場の 場合をみてみよう.絶縁体に電場をかけると何が起きるだ ろうか? まず電場によって分極が生じるだろう.さらに 電場が強くなると絶縁破壊が起きる.この一連の過程は QED(正確に言うとディラック電子系)において1930-50 年代にハイゼンベルク-オイラー(Heisenberg-Euler),²⁴⁾ そ してシュウィンガー²⁵⁾らによって調べられている.その 中で導入された有効ラグランジアンは物質の電磁応答の母 関数ともいえるもので、物性理論で導入された分極のベリ ー位相理論とも直接関係しており、興味深い.このあたり の事情を簡単なバンド絶縁体のモデルで説明しよう.²³⁾ な お、以下はやや数学的なので、物理現象に興味のある読者



図4 (左上)準位擬交叉におけるランダウ-ゼナー遷移の模式図.(右上)2 次元系でのバンド分散.(右下)ハイゼンベルグ-オイラー有効ラグランジ アンの実部(非線形光学係数)と虚部(真空の崩壊率Γ).

は本節最後の「実験での検証方法」まで進まれたい.

価電子帯と伝導帯を記述する最も簡単なモデルは波数*k* に対してバンド・ギャップ近傍で

$$H(k) = \begin{pmatrix} vk & \Delta/2\\ \Delta/2 & -vk \end{pmatrix}$$
(5)

というハミルトニアンで書ける (Δはギャップ, vはフェ ルミ速度であり、2バンド系ゆえにディラック・モデルと 同型). 簡単のために1次元系を考えるが、実際の高次元 の場合(図4右上)は、電場に平行方向の切り口と考えれ ばよい. このようなギャップを持つハミルトニアンは, 平 均場近似の下でのスピン密度波、電荷密度波等のモデルに もなる、以下では電場を表すためのゲージ場における電場 に平行な成分を $A_{\parallel}(t) \rightarrow \phi(t)$ と表わそう.静電場 $F(\phi(t) =$ Ftに対応)の下では電子の波数は、断熱的には $k+\phi(t)$ の ように時間変化する. 電場が断熱近似が壊れるほど強い場 合の波動関数の時間発展は、有名なランダウ-ゼナーの非 断熱量子遷移の問題に他ならない.図4左上のように、下 のバンドから出発した波動関数はバンド・ギャップの近傍 で確率pで上のバンドに遷移し、残りの1-pが下のバン ドにとどまるが、その際、波動関数は位相を獲得するため、 基底状態から基底状態への遷移振幅は、/1-pe^{-idE-iy}とな る.ここで、波動関数は自明な動的位相 *AE* に加えて非断 熱位相yも得る. yは断熱極限におけるベリー位相の非断 熱拡張版としてアハロノフ-アナンダン (Aharonov-Anandan)が導入した位相である。以上は量子力学に従う限り 自動的に発生するが、電場中の電子系の物理と深く関係し ている.

トンネル確率pが絶縁破壊,つまり電子・正孔対の生成 と関係していることはすぐに分かる.では分極と関係して いるのは何だろうか? 答えは非断熱位相yであり,意外 にも両者は或る量の実部と虚部に関連している.この量と はハイゼンベルク-オイラー有効ラグランジアンCと呼ば れるもので,結晶中の電子(kが良い量子数)においては

$$\operatorname{Re} \mathcal{L}(F) = -F \int_{BZ} \frac{\mathrm{d}\mathbf{k}}{(2\pi)^d} \frac{\gamma(\mathbf{k})}{2\pi},$$

$$\operatorname{Im} \mathcal{L}(F) = -F \int_{BZ} \frac{\mathrm{d}\mathbf{k}}{(2\pi)^d} \frac{1}{4\pi} \ln[1 - p(\mathbf{k})]$$
(6)

のように与えられる.²⁶⁾ ここでFは電場強度, dは空間次 元, BZ: ブリユアン帯. 非断熱量子遷移があると, 電場 を加える前の基底状態("真空")の重みは減っていくが, この「真空の崩壊率」 Γ (系の体積で規格化)は有効ラグラ ンジアンの虚部そのもので, $\Gamma = \text{Im } \mathcal{L}(F)$ となる. Гは電 場中で絶縁性を保てる時間 (persistence time)の逆数であ る. この有効作用は分極とも関係していることは, 経路積 分表示 $\mathcal{L}(F) = -i \ln \int D[\psi, \bar{\psi}] e^{i \int L(F)} / VT をすると分かりやす$ い (V: 体積, T:時間). ここで<math>L(F)は電場中のディラッ ク電子の作用である. これは, ちょうど磁性体の統計力学 において磁場と磁化の役割を電場Fと分極Pに置き換えた ものとなっており, 有効ラグランジアンは外場中の自由エ ネルギーとみなせる. よって, 電場誘起分極はこれの電場 微分として

$$P(F) = \frac{\partial}{\partial F} \operatorname{Re} \mathcal{L}(F) \tag{7}$$

で与えられる.これがシュウィンガーの**真空分極** (vacuum polarization) である.^{25,26)}

有効ラグランジアンと,非平衡でよく用いられるケルデ ィッシュ母関数との関係を見てみよう.ケルディッシュ母 関数というのは,上記の経路積分表示で時間経路を0→∞ →0のように一周戻したもので,物理量の期待値を計算す るにはこちらを採用すべきである.それに対して有効ラグ ランジアンで計算される分極(式(7))は基底状態に射影さ れた非線形応答の母関数であり,その展開係数は高次の久 保公式を与えるが,崩壊率Γが大きくなると正確ではなく なる.

有効ラグランジアンというと形式的な議論のように聞こ えるかもしれないが、実は分極のベリー位相理論と呼ばれ る物性物理の手法と深く関係している.ベリー位相理論と は結晶中の電子系の分極やワニエ関数を第一原理的に計算 するのに用いられる標準的な手法であり、式(6) はその定 式化の電場誘起分極への拡張となっている(詳細は文献26 を参照).分極のベリー位相理論では、位置演算子*x*を用 いて定義される「ひねり演算子」の真空期待値*w*

$$w = \frac{-\mathrm{i}}{2\pi} \ln \langle 0 | e^{-\mathrm{i}(2\pi/L)\hat{X}} | 0 \rangle \tag{8}$$

の実部を用いて分極 $P = -\text{Rew} \varepsilon \overline{x}$ める.また虚部 $D = 4\pi \text{Im} w$ は絶縁体・金属転移の指標 (Dが有限ならば絶縁体:発散すれば金属)となり、コーン (Kohn) による金属・絶縁体判定条件の派生型と言える.ハイゼンベルク-オイラー有効作用は弱電場極限ではFwに漸近し、実部が電場誘起分極を与える.一方、真空の崩壊率である虚部 Γ はコーンの判定条件を電場誘起金属転移へ拡張した指標となる.

実験での検証方法 数学的な議論が続いたが,物理的な イメージは簡単である.今考えている問題は媒質中の電磁 気学である.絶縁体の中では電子・正孔対の生成・消滅と いう量子論的な揺らぎ (virtual process) が絶えず存在して いる.ハイゼンベルクーオイラー有効作用はこの電子・正 孔対を介した非線形分極効果や非線形光学効果 (高調波発 生,光子・光子散乱)を記述している.実際,これを「母 関数」として,線形および非線形光学応答係数 $\chi^{(1)},\chi^{(3)},...$ が得られる (図4下).シュウィンガーの真空分極効果を QED で実験的に検証するのは現在でも難しい課題である が,固体物理では例えば炭素ナノチューブやグラフェンの 電場誘起分極を測定することにより可能と思われる.²⁷⁾

5. 強相関電子系における多体シュウィンガー-ランダウ-ゼナー機構

絶縁破壊は、バンド絶縁体のような一体系ではランダ ウ-ゼナー模型により初等的な量子力学で理解できる.し かし励起ギャップが多体効果のために開いている相互作用 系では面白い問題になると同時に、解析は容易ではない. この点で、1次元ハバード模型はベーテ仮説という厳密解 があり、数値的手法も確立していると同時に実験も多くな されており、非平衡現象を調べる上で重要な舞台といえる. 前節のシュウィンガー機構を相互作用系へ拡張した多体シ ュウィンガー-ランダウ-ゼナー機構について説明しよ う.^{21,22)}

まず、一体問題では光によって生成される励起は電子・ 正孔対であったのに対して、多体系では強相関励起状態と なる.特に、1次元モット絶縁体の場合これはダブロ ン-正孔対となる(図5(a)).前節でシュウィンガー機構を 考えた際は一体準位が重要な役割を果たしたが、一体準位 の代わりに多体準位の空間を考え、その中で量子トンネル 効果を考えよう.式(1)のハミルトニアンにおいて、一様 なゲージを考え $A_{ij} = \phi$ とおく、熱力学的極限 $L \rightarrow \infty$ では、 スペクトラルフロー(ハミルトニアン(1)の多体固有値を ϕ の関数としてプロットしたもの)は図5(b)のように ϕ に



図5 (a) 1 次元ハバード模型で,電場によって生成される電荷励起(ダブ ロン,正孔) およびスピン励起,(b) 基底状態と電荷励起状態の概念図.(c) 1 次元ハバード模型に対する電場 Fと斥力相互作用 Uに対する相図.²¹⁾

ついて平坦に近づく、とはいえ、電場が何もしないわけで はなく、基底状態から励起状態へのトンネルが起きる.こ のトンネル確率を計算する方法として虚時間法、あるいは Landau-Dykhne-Davis-Pechukasの方法と呼ばれる手法があ る.²⁸⁾この方法では、実時間の量子トンネル確率を、虚時 間空間内の特異点までの断熱時間発展の問題に置き換える。 特異点とは時間依存のハミルトニアンH(t)においてtを複 素数に解析接続した時にエネルギー準位が縮退 ($E_0(t^*) = E_1(t^*)$)する点である.この時、トンネル確率は

$$p = \exp\left(-2 \operatorname{Im} \int_{t_0}^{t^*} \mathrm{d}s [E_1(\phi(s)) - E_0(\phi(s))]\right)$$
(9)

と評価できる.ハバード模型のベーテ仮説解を用いると励 起状態のエネルギーを計算でき、そこで上記公式を適用す るとトンネル確率を評価できる.なお、虚時間法は計算技 法ではあるが、興味深いことに、格子フェルミオン系に適 用するとハミルトニアンは左右のホッピングが非対称な非 エルミート格子模型を得る.1次元ハバード模型の場合は

$$H = -t^{\text{hop}} \sum_{i} \left(e^{i\phi} c^{\dagger}_{i+1\sigma} c_{i\sigma} + e^{-i\phi} c^{\dagger}_{i\sigma} c_{i+1\sigma} \right) + U \sum_{i} n_{i\uparrow} n_{i\downarrow} \quad (10)$$

となる. この模型の基底状態のベーテ仮説解と特異点の存 在は,福井・川上²⁹⁾によって示されていた. さらに,ダ ブロン-正孔対に相当する励起状態(*n*-string 解)も同様に 非エルミート系のベーテ仮説解として構成できる.²¹⁾

結局,1次元ハバード模型の場合,ダブロン-正孔対生 成に対する非断熱トンネル確率は,式(9)にベーテ仮説解 の情報を代入することにより

$$p \simeq \exp\left(-\frac{\pi}{2} \frac{\Delta_{\text{Mott}}}{\xi F}\right) \tag{11}$$

となることが(近似的に)示せる.²²⁾ 図5(c)に電場相図を 与える.電場誘起金属は絶縁破壊により金属化した領域で ある.この結果は数値計算によっても検証されている.さ らに、ここでは1次元系で導出しているが、高次元系での 数値計算とも整合する³⁰⁾ので普遍性の高い結果と考えら れる.一見複雑な強相関系でも、多体ギャップやダブロ ン-正孔対サイズなどの数個のパラメーターで「真空崩壊 率」が与えられることが分かる.

実験での検証方法 実験的には二つのアプローチが考え られる.一つは絶縁体に直接静電場をかける方法であ る.³¹⁾ *I-V*特性も重要だが,persistent time,つまり,電場 をかけて実際に絶縁破壊が起きる(電流が流れる)までの 時間は「真空(絶縁体)の崩壊率」Γの逆数といえ,その測 定は重要である.但し,理想的には絶対零度の極限が知り たいが,その絶縁破壊電場,つまりシュウィンガー極限は 0.1 eV/Åという巨大なものになる.第二の方法は,高強度 の超短パルスレーザーを用いてシュウィンガー極限を越え る方法であり,光誘起相転移と同様の方法で測定でき る.²²⁾

6. AC電場中のフロッケ状態―光をまとった電子

レーザー光を照射すると電子は光を吸収するとともに誘 導放出が促される.やがて両者が量子的に釣り合った非平 衡定常状態,すなわちフロッケ状態に落ち着く.³³⁾このフ ロッケ状態は、強いAC外場における光誘起量子現象を理 解する上で重要な概念である. レーザー光の時間変化が周 期的なので、固体物理でおなじみの「ブロッホ定理」の時 間版である「フロッケ定理」(時間的に周期的な外場中の波 動関数についての定理)が使えるのである.フロッケ状態 は時間変動する系での固有状態の役割を果たし、電子のグ リーン関数は光の吸収,誘導放出過程を全て取り込んだも のとなる (図7(a)). つまり、光をまとった電子 (photondressed state)を基底にして格子の効果や多体効果を考える ことになる. 最近, フロッケ描像に基づく光誘起現象の研 究が盛んになっているが、ここでは、モット転移のような 強相関効果を扱える動的平均場理論とカップルさせたフロ ッケ動的平均場理論を紹介したあと、光によって誘起され るトポロジカルな量子効果に触れよう.

6.1 光の中の非平衡定常状態:フロッケ動的平均場理論

強相関系のダイナミックスや非平衡相転移の研究におい て、非平衡動的平均場理論が注目を集めている.先ず、平 衡における動的平均場理論 (dynamical mean field theory; DMFT)とは、ハバード模型のような電子相関模型を空間 無限次元 $d = \infty$ で考えるという 1/d展開に基づく理論であ る.名前に平均場とはあるがモット転移などの記述に必要 な量子論的な揺らぎは取り込まれている.すなわち、空間 方向の揺らぎは無視するものの(虚)時間t方向は考慮さ



図6 (a)-(c) 強相関絶縁体 (U=3を持つハバード模型) のレーザー光照射 下でのフロッケ状態の光学応答関数 ((a) から (c) へΩ=1.8, 2.7, 3.3).³²⁾ (d) AC 電場によるバンド反転の概念図.影は粒子の分布.

れているのだ. DMFT は平衡でのモット転移の研究に大き な役割を果たしてきたが,時間発展への拡張が実連続時間 モンテカルロ法³⁴⁾ や強結合展開³⁵⁾ についてなされたため, 非平衡物理への応用が興りつつある.^{36,30)}

レーザー光照射下の非平衡定常状態の解析には動的平均 場理論とフロッケ描像を組み合わせた手法が有効であ る.37)図6にこの方法で得た、強いポンプ光に対する非平 衡定常状態での光学伝導度 (プローブ光の周波数vの関数 としての伝導度)をプロットした.³²⁾図でΩは照射するレ ーザーのエネルギーを表しており、(a) はサブギャップ励 起, (b), (c) は吸収帯と共鳴したレーザーに対応する. ま ず、電場を照射する前は光学吸収スペクトルはv~Uにピ ークを持つ. DCの電気伝導率に相当する $\sigma(v=0)$ が0に なることより系が絶縁体であることが分かる. この系にレ ーザー光を照射すると, v~Uのピークが小さくなるとと もに、DC成分が有限になる、特に、(b)のように吸収帯 と共鳴したレーザー光を照射するとσ(ν~0)が正に大きく なり、金属状態になることが見て取れる. 照射するレーザ ー光のエネルギーΩをさらに大きくすると (c) のように $\sigma(v \sim 0)$ が負の状態が実現する. これは電気抵抗が負の状 態であり、電子がレーザー光のエネルギーを吸収し、反転 分布が実現していることに起因する.類似の状態(実際に はゼロ抵抗状態) がマイクロ波照射下の量子ホール系にお いても起きていると考えられている.³⁸⁾ (c) のサブギャッ プ励起は複雑で, σ(ν~0) が正の状態と負の状態が電場強 度を変えることによってともに現れ得る.

反転分布に関しては、さらにドラスティックな動的バン ド反転という格子系特有の現象が最近理論的に予言されて いる.³⁶⁾フロッケの定式化では、レーザー光の影響で時間



図7 (a)フロッケ描像における電子のグリーン関数.(b)左:ホール伝導 度の計算に現れるダイアグラム.右:グラフェンの光誘起チャーン密度(ベ リー曲率)のk空間での振る舞い,下:光誘起ホール電流の実空間での振 る舞い.⁸⁾

変動するハミルトニアンは、そのFourier変換 $H(t) = \sum_{m} e^{-im\Omega t} H_{m}$ によって記述される。特に Ω が系のバンド幅より大きく、光学吸収・放出過程が無視できる場合には0-次のフロッケハミルトニアン H_{0} で記述される。例えば(単一軌道の)tight-binding模型の場合は、運動エネルギーが

$$H_0 = -J_0 \left(\frac{eF}{\Omega}\right) J_{\text{hop}} \sum_i \left(c_{i+1\sigma}^{\dagger} c_{i\sigma} + \text{h.c.}\right)$$
(12)

となり,面白いことに格子点間のホッピングが光のAC外場により0-次のベッセル関数 J_0 に変貌する.ベッセル関数 数は正と負の間を振動する関数であり,負の領域(例えば 2.4< eF/Ω <5.5)ではホッピングの符号が反転する.平衡系 ではホッピングの符号は物理に影響を与えないことが多い が,平衡分布から突然照射を始め非平衡定常状態にしたと きは,反転分布(普通とは逆に高エネルギーの方に分布) が実現することもある.³⁶⁾実際,最初は図6(d)の左図の ようにバンドの底にたまっていた粒子は、突然バンドが反 転するとそれに追従せずバンドの高エネルギー側にたまっ た右図のような状態になる.

反転分布が実現すると何が面白いのであろうか? 相関 電子系の場合,反転分布が実現した場合は,密度行列から も予想されるように斥力(U>0)で負の温度Tという状況 が引力(U<0)で正のTという状況に翻訳できる.このため, 元々の斥力相互作用が引力に転換する,**斥力・引力転換**が 実現し得ることが時間依存DMFTにより示されており, 光誘起超伝導転移が起きる可能性も指摘されている.³⁶⁾な お,このような反転分布(温度が負の状態ともいえる)は 不安定であり,現実の固体結晶では緩和などに関する条件 がきついかもしれない.その点,冷却原子気体や超格子へ テロ構造など,人工的に結晶構造をコントロールできる系 が有望と示唆されている.

6.2 ディラック電子系の光誘起ホール効果ートポロジカル状態の光制御

最後の話題として, 強いレーザーにより誘起されるホー ル効果⁸⁾の提案を解説しよう(詳細な解説は文献45を参 照). この現象は、以上の話題と異なり一体問題で生じる 効果であるが,光によって電子のトポロジカルな性質を変 えることが可能である、という点が味噌である、ホール効 果は、荷電粒子 (例えば電子) を静磁場中に置いた時に電 場と垂直方向に電流が流れる現象である。19世紀末に発見 された古典的現象であるが、1980年には量子力学に起因す る量子ホール効果が発見された.2次元で量子化されたホ ール伝導率が現れるのは、系の持つトポロジカルな性質と 見ることができる. つまり, ホール伝導度に対する線形応 答の式が2次元系ではチャーン数と呼ばれる位相不変量に 比例し、この関係はThouless-Kohmoto-Nightingale-Nijs (TKNN) 公式と呼ばれている. なお、この現象は場の理論 でいうと量子異常と関係している. つまり, ホール伝導度 のダイアグラム (図7(b)) が2+1次元の parity anomalyの ダイアグラムになっているのである.^{40,41)} その後,物性物 理ではスピン量子ホール効果,トポロジカル絶縁体など, 新しいトポロジカルな状態の発見へとつながった.³⁹⁾なお, 素粒子論の文脈では,量子異常とは系の持っている対称性 が量子力学的な効果で破れてしまう現象を指すが,トポロ ジカル絶縁体などの物性物理の文脈では実は系の対称性は, スピン・軌道相互作用や時間反転を破る摂動によりあらわ に破られており,重要なのは量子異常と関連したダイアグ ラムがこれらの摂動に対してトポロジカルな理由で非常に 特異的な振る舞いを示すことにある.

さて、通常のトポロジカル絶縁体では、物質ごとにバン ド構造が決まり、そこに或る特徴があれば位相不変量が与 えられるので、物質合成がポイントになる、ところが、フ ロッケ状態まで考えると位相不変量を外場によって制御で きる可能性がある.^{8,33)}この現象で最も現実的な系の一つ は2次元ディラック電子系に円偏光レーザーを照射した場 合である. すなわち, グラフェンでは, ディラックコーン (質量が0の分散)を持つディラック電子が実現してい る⁴⁴⁾が、この系に円偏光を照射した場合、それに伴い(直 流)量子ホール電流が流れることが理論的に示せる.⁸⁾図7 (b) にグラフェンに円偏光を照射し、x方向に電圧をかけ たときの電流の流れをプロットする. 電圧と直交する y方 向にホール電流が流れていることが分かる. なぜこのよう なことが起きるのであろうか? 実は円偏光を照射するこ とによってディラック点に質量ギャップが開き,系の位相 不変量が変化するのである.これを見るためにTKNN公 式をフロッケ状態 $|\Phi_a(\mathbf{k}, t)\rangle$ に拡張する必要があり,^{8,33)}

$$\sigma_{xy}(\boldsymbol{A}_{ac}) = e^2 \int \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{k}}{(2\pi)^2} \sum_{\alpha} f_{\alpha}(\boldsymbol{k}) [\nabla_{\boldsymbol{k}} \times \mathcal{A}_{\alpha}(\boldsymbol{k})]_z$$
(13)

となる. ここで $\mathcal{A}_{\alpha}(\mathbf{k}) \equiv -i\langle\langle \Phi_{\alpha}(\mathbf{k}) | \nabla_{\mathbf{k}} | \Phi_{\alpha}(\mathbf{k}) \rangle\rangle$ はレーザー 光により誘起されたゲージ場である. 図7(b-2) にはグラ フェン (蜂の巣格子) の光誘起チャーン密度 (ベリー曲率) を k空間で図示した. ブリユアン帯の中で, ディラック・ コーンの位置に一致してチャーン密度のピークが見られる. このピークの符号はダイナミカルに発生した質量で決まる ので (K 点と K' 点で同符号で) 円偏光の向きのみで決まる. なお, 質量のあるディラック模型は2+1次元トポロジカ ル状態の基本模型であり, ホルデイン (Haldane) は次近接 ホッピングと局所磁場を導入することにより量子ホール効 果を論じた⁴²⁾ が, ここでは円偏光がホルデインの摂動の 役割を果たしており, 光でトポロジーがコントロールされ るという意味で, 光誘起トポロジカル状態といえる.

なお、通常のトポロジカル絶縁体と同様にフロッケ状態 のトポロジカルな性質の分類も始まっている.⁴³⁾注意が必 要なのは平衡系と異なり、光誘起系では、分布関数 $f_{\alpha}(\mathbf{k})$ が光学励起によって単純なフェルミ分布とはならないため、 位相不変量の量子化が起きるとは限らないことである.こ のため、電極接合やフォノンなどの緩和過程を考慮するこ とが重要と思われる.

7. おわりに

以上,光誘起相転移に関連した話題を概観した.この分 野は膨大なものに成長しつつあるので,全体を網羅するこ とはできなかったことをお断りしたい.しかし,強結合系 の非平衡現象というキーワードの中で異なる分野の間でア イデアが共有され深められている香りが読者に伝わったと したら幸いである.さらに最近の話題としては素粒子物理 学で発展した gauge/gravity 双対性を用いたホログラフィッ クな方法で QCD 的な系の非平衡現象を解析する試みがあ る.非平衡定常状態の特異な性質⁴⁶⁾ や緩和と熱化の様 子⁴⁷⁾ などが解析されているが,その結果が物性物理の強 相関系の振る舞いとよく似たものであることも興味深い.

このように,強相関電子系は,非平衡量子統計力学の構築という,21世紀物理の重要な目標の一角を担うことが 期待される.一筋縄では行かない難しい問題ではあるが, 実験,数値計算,解析理論の総合から,新たな地平が拓け るのではないだろうか.最後に,非平衡電子系について, 辻 直人,北川拓也,Philipp Werner, Martin Eckstein, Andy Millisの方々に,共同研究や議論を感謝したい.

参考文献

- S. Iwai, M. Ono, H. Matsuzaki, H. Kishida, H. Okamoto and Y. Tokura: Phys. Rev. Lett. 91 (2003) 57401.
- 2) N. Strohmaier, et al.: Phys. Rev. Lett. 104 (2010) 080401.
- 3) 日本物理学会誌 63 (2008) 一特集「線形応答理論から 50 年一非線形・ 非平衡の物理学」.
- 4) M. Imada, A. Fujimori and Y. Tokura: Rev. Mod. Phys. 70 (1998) 1039.
- 5) K. Nasu, ed.: Photoinduced Phase Transitions (World Scientific, 2004).
- 6) S. Wall, et al.: Nature Phys. 7 (2011) 114.
- 一次元系ではハバード模型の連続極限は、電荷励起を表す1+1次元 massive Thirring 模型 (sine-Gordon 模型)と、スピン励起を表す自由ボ ソンの直積によって記述されることが知られている。
- 8) T. Oka and H. Aoki: Phys. Rev. B 79 (2009) 081406(R).
- 9) M. Moeckel and S. Kehrein: Phys. Rev. Lett. 100 (2008) 175702.
- 10) M. Eckstein, M. Kollar and P. Werner: Phys. Rev. Lett. 103 (2009) 056403.
- 11) J. Berges, Sz. Borsányi and C. Wetterich: Phys. Rev. Lett. **93** (2004) 142002.
- 12) A. Takahashi, H. Itoh and M. Aihara: Phys. Rev. B 77 (2008) 205105.
- 13) H. Matsueda, T. Tohyama and S. Maekawa: arXiv: 1005.1690.
- 14) 腰原伸也, 十倉好紀, 竹田研爾, 国府田隆夫:日本物理学会誌50 (1995) 548.
- 15) 越野和樹,小川哲生:日本物理学会誌55 (2000) 861.
- 16) 理論の解説として例えば, K. Yonemitsu and K. Nasu: J. Phys. Soc. Jpn. 75 (2006) 011008.
- 17) K. Yonemitsu: J. Phys. Soc. Jpn. 74 (2005) 2544; Y. Tanaka and K. Yonemitsu: *ibid.* 79 (2010) 024712.
- K. Yoshioka, E. Chae and M. Kuwata-Gonokami: Nat. Commun. 2 (2011) 328.
- M. Rigol, V. Dunjko and M. Olshanii: Nature 452 (2008) 854 は、これを数 値計算で確認している。
- 例えば、Int. Conf. on Physics in Intense Fields といった国際会議が開か れている。
- 21) T. Oka and H. Aoki: Phys. Rev. B 81 (2010) 033103.
- 22) T. Oka: arXiv: 1105.3145.
- 23) T. Oka and H. Aoki: in *Quantum Percolation and Breakdown [Lecture Notes in Physics*] 762 (Springer Verlag, 2009) p. 251.
- 24) W. Heisenberg and H. Euler: Z. Physik 98 (1936) 714. 英訳はarXiv: 0605038.

- 25) J. Schwinger: Phys. Rev. 82 (1951) 664.
- 26) T. Oka and H. Aoki: Phys. Rev. Lett. 95 (2005) 137601.
- 27) 例えば, S. Watanabe, N. Minami and R. Shimano: Opt. Express 19 (2011) 1528.
- 28) A. M. Dykhne: Sov. Phys. JETP 14 (1962) 941; L. Landau and E. Lifshitz: *Quantum Mechanics*, Vol. 3 (Butterworth-Heinemann, 1981).
- 29) T. Fukui and N. Kawakami: Phys. Rev. B 58 (1998) 16051.
- 30) M. Eckstein, T. Oka and P. Werner: Phys. Rev. Lett. 105 (2010) 146404.
- 31) Y. Taguchi, T. Matsumoto and Y. Tokura: Phys. Rev. B 62 (2000) 7015.
- 32) N. Tsuji, T. Oka and H. Aoki: Phys. Rev. Lett. 103 (2009) 047403.
- 33) 岡 隆史, 青木秀夫: 光学 39 (2010) 445.
- 34) P. Werner, T. Oka and A. J. Millis: Phys. Rev. B 79 (2009) 035320.
- 35) M. Eckstein and P. Werner: Phys. Rev. B 82 (2010) 115115.
- 36) N. Tsuji, T. Oka, P. Werner and H. Aoki: Phys. Rev. Lett. 106 (2011) 236401.
- 37) N. Tsuji, T. Oka and H. Aoki: Phys. Rev. B 78 (2008) 235124.
- 38) R. G. Mani, et al.: Nature 420 (2002) 646.
- 39) 村上修一, 平原 徹, 松田 巌: 日本物理学会誌 65 (2010) 840.
- 40) 例えば, K. Ishikawa: Phys. Rev. Lett. **53** (1984) 1615; G. W. Semenoff: *ibid.* **53** (1983) 2449.
- 41) 解説として、御領 潤:物性研究96 (2011) 187.
- 42) F. D. M. Haldane: Phys. Rev. Lett. 61 (1988) 2015.
- 43) T. Kitagawa, E. Berg, M. S. Rudner and E. Demler: Phys. Rev. B 82 (2010) 235114.
- 44)初貝安弘,青木秀夫:固体物理45 (2010)457:青木秀夫:固体物理45 (2010)753:斉木幸一朗,徳本洋志編:『グラフェンの機能と応用展望』 (CMC出版,2009).
- 45) 岡 隆史,北川拓也:固体物理46 (2011) 549-光誘起トポロジカル相 転移の理論。
- 46) S. Nakamura: Prog. Theor. Phys. 124 (2010) 1105.
- 47) K. Hashimoto, N. Iizuka and T. Oka: Phys. Rev. D 84 (2011) 066005.

著者紹介



岡隆史氏: 電場誘起モット転移,非平衡超伝導,光誘起トポロジカル相転移など非平衡相転移現象について興味を持っている。



青木秀夫氏: 専門は物性物理 学理論.特に強相関電子系にお ける超伝導・磁性.量子ホール 効果,そして強相関電子系・ト ポロジカル系における非平衡現 象を主眼に研究しており,これ らの現象に対する「物質設計」 という観点も探索している.

(2011年8月29日原稿受付)

Non-Equilibrium Physics in Strongly Correlated System Takashi Oka and Hideo Aoki

abstract: We give a review on correlated systems far from equilibrium. There is a rapid development in the field which stems from both photo-induced phase transitions in strongly correlated electron systems and from non-equilibrium dynamics in cold atoms in optical lattices. We explain how ideas developed in non-linear quantum field theory such as the Schwinger mechanism in QED are being extended to manybody systems in the condensed matter version of "strong field physics".