

# 物性物理学のルネサンス — 超伝導、トポロジカル系、非平衡

東京大学大学院理学系研究科・産総研 青木秀夫

連載（その 1）（「固体物理」55, 445 (2020) 出版）

## 1 はじめに

この稿では、今まで私が研究してきた足跡の全体像を、「物性物理学のルネサンス—超伝導、トポロジカル系、非平衡」というタイトルで、私の個人的観点から解説したいと思います。私が 2016 年 3 月に東大から定年退職した際の「最終講義」を骨格としています。そのため、普通の解説ではなく、むしろ一個人としての研究のオデッセイを語ることにより、他の方々（もちろん若い世代を含めて）のご参考に資したい、というのが趣旨です。というわけで、私自身がどのように考え、どのように研究を進めてきたかをお話しすることにより、最近の発展のパーспекティブも含めて、固体物理の一つの流れをたどることができればというのが願いです。なお、個々のテーマについての詳細や関連文献は本稿の趣旨ではないので、それぞれのテーマで引用されている元論文や総説を参照していただければとおもいます。また、私は定年退職から既に数年経ちますが、その後も産総研で招聘研究員として（ホストは永崎洋さん）、また科研費等の外部研究資金により名誉教授として研究を続けており、2017 年には ETH Zürich（スイス連邦工科大学）に客員教授として赴任し、大学院講義“Quantum Phases of Matter”を行ったりしましたので、それらも含めて構成したいとおもいます。をした。その模様は青木秀夫原稿の全体は長大になってしまったので、「固体物理」編集部からいただいた示唆に沿って、4 回に分けて掲載していただくことにしました。

私は 1978 年に東大の物理学専攻で理学博士号を取りました。それから、東大物理学教室の助手、筑波大学物質工学系を経て、東大物理学教室に 1986 年に助教授として着任しました。これまでの約 40 年の研究歴は長いともいえ、一方あっという間という気もしますが、色々な方々に支えられ辿ってこられた路とおもいます。私の感慨としては、*Ars longa, vita brevis* です。これは普通「芸術は長し、人生は短し」と翻訳されるのですが、私はこの *ars* の中に自然科学も含めたいと思っています。

現在に至る私の研究の全体像は、図1のダイアグラムに示したようなものです。大きく四本の柱から成り、先ず超伝導、それから強相関係、トポロジカル系、最近では特に非平衡の物理が柱となっています。

具体的には、超伝導については、高温超伝導銅酸化物、鉄系超伝導、軽元素系超伝導等さまざまな超伝導体です [1]。第二に電子相関の物理では、例えば電子相関から発生する強磁性に興味をもってきました。第三にはトポロジカル系で、整数量子ホール効果の理論では、私の博士論文のテーマから始まり、その後トポロジカル状態の物理が分数量子ホール効果、グラフェンなど色々発展した故に、これらにも興味をもって研究してきました。一方、私がミレニアムの境目あたりから興味をもって、研究の第四の柱としているものに、非平衡の物理があります。そこでは非平衡での超伝導やトポロジカル状態を研究してきました。

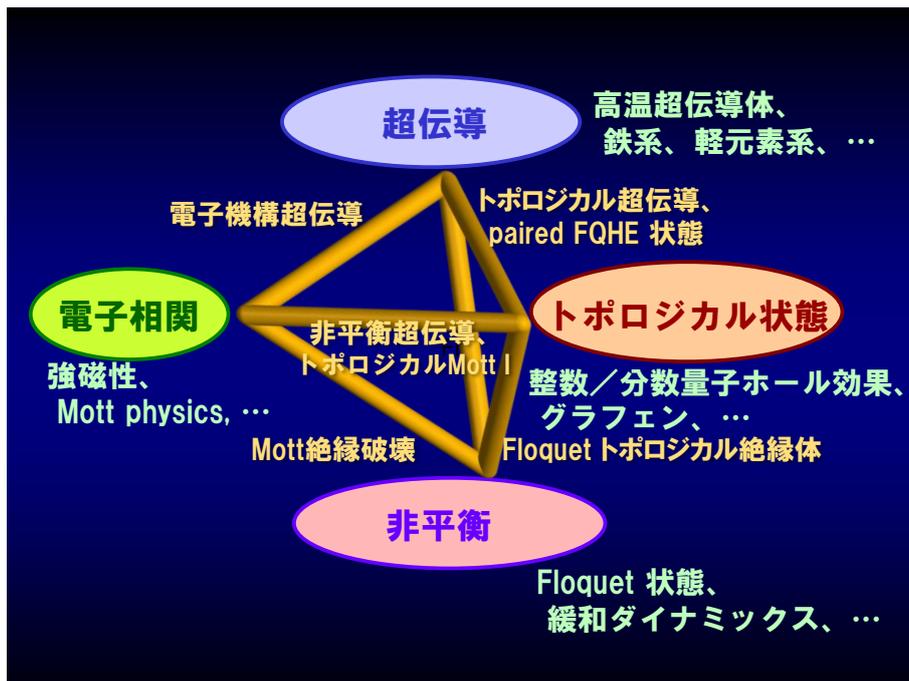


図1 研究の全体像。

上に掲げた四本の柱は、バラバラで独立かということ、私の考えでは互いに密接に関係しています。まず超伝導と電子相関は、高温超伝導であればまさに電子相関効果ですし、超伝導とトポロジカル系は、超伝導の中にトポロジカル超伝導があるという意味等で関連し

ます。逆に分数量子ホール状態の中に、ペアリング状態が提案される等のリンクがあります。電子相関とトポロジカル系のリンクは、例えば、電子相関のためにトポロジカルな性質が自発的に発生するというトポロジカル・モット絶縁体があります。非平衡に行くと、強相関電子系において、例えばモット絶縁体を非平衡にすると絶縁破壊 (dielectric breakdown) が起きるといふ現象があります。超伝導体を非平衡にしたり、逆に非平衡で新たに超伝導が発生する状況も考えられます。非平衡とトポロジカル系のリンクも面白い物理を与えます。例えば、フロッケ・トポロジカル絶縁体 (Floquet topological insulator) は非平衡にすることによって発生するトポロジカルな状態です [2]。ですからこれら四本の柱は全て互いに緊密なリンクを持っているといえます。ちなみに、私が一番最近に凝っているのは、平坦バンド超伝導 [3] ですが、考えてみるとこれは、電子相関の物理（平坦バンド強磁性、異方的ペアリングなど）とトポロジカル系（これも平坦バンドで起き易い）の物理を融合させたものになっています。

これらのテーマにおいて目標となるのは、超伝導では多くの方が室温超伝導を目指しているとおもいます。これは最近では、水素系で超高圧下において殆ど実現した訳ですが、 $T_C$  を上げるチャレンジは綿々と続いています。電子相関では、電子メカニズム超伝導を初めとして、強磁性などの設計が目標となります。トポロジカル系では新奇的なトポロジカル相の開発です。非平衡では、非平衡で初めて発生するような相転移が目標となります。扱う物理系としては、固体物理系だけではなく、冷却原子系はいまや一大分野になっていることはいうまでもありません。時系列からいうと、1980年に整数量子ホール効果が発見され、その数年後に分数量子ホール効果が発見されました。1986年には銅酸化物で高温超伝導が見つかりました。これは電子相関の物理という新たな大分野のキックオフとなりました。また、1980年頃は、アンダーソン (Anderson) 局在のスケール理論が提唱された頃でもあります。このように、1980年代は固体物理の目覚ましい黄金時代のスタートだったと、つくづく思います。私が鮮やかに覚えているシーンの一つは、1988年の NEC シンポジウム “Mechanism of high temperature superconductivity” で、ミュラー (Alex Müller) などが話をして、ラフリン (Robert Laughlin) も分数量子ホール効果の理論の話をして、電子相関の時代が到来したというインパクトを与えた時のことです。量子ホール効果は発見後 40 年経ったいま、トポロジカル系の物理として大輪の花を開かせた

わけですし、高温超伝導は電子相関の物理という、やはり新しい分野を拓きました。これらの分野は啓発し合っていて、また場の理論を通して学際的なフレーバーももっています。そのような意味で、本稿のタイトルでルネサンスと呼んだわけです。

何故このように豊かな世界が可能かということ、物性物理学は多世界だからとおもわれます。物性物理と場の理論は、共に無限大自由度の問題なので、互いの関連は必然的ともいえます [4] が、物性物理では、いろいろな有効理論が、素粒子物理とは桁違いに低エネルギー・スケールで実現します。これは、素粒子理論が所謂“theory of everything”を統一的に目指すのと対照的で、そこが物性物理学の面白いところだと感じられます。歴史的にも、局在理論におけるスケールリングの  $\beta$  関数、量子ホール系の有効理論であるチャーン・サイモンズ (Chern-Simons) ゲージ場理論、高温超伝導における場の理論的扱いなど、場の理論と切っても切れない関係にあるといえます。また、物性物理においては、既存の系の理解だけではなくて、「物質設計」という可能性も今やかなり現実味を帯びてきたのではないかと思います [5] (最近では、materials informatics のような、指導原理を問わない方向に皆さんの興味がシフトしているようですが)。さらに、非平衡の物理においても、物性物理ではハドロンなどに比べ桁違いに小さなエネルギー・スケールや時間スケールで追求できるので、有利です。

「既存の系の理解から物質設計まで」と申しましたが、長い稿になるので、いくつか私の例で preview をしておくので、先ず既存の系の理解は現在どのあたりまでできているでしょうか。例えば、電子メカニズムによる高温超伝導は、スピン揺らぎや電荷揺らぎを媒介にしたペアリングから生じると考えられていて、理論的にも様々な方法論で探索されています。一つの試みとして、図 2 は、高温超伝導体について、先ず下が実験データ [6] のまとめです。高温超伝導の銅酸化物といっても、いろいろな物質があり、まざまな物質に対して、縦軸が実験の超伝導転移温度 ( $T_C$ )、横軸は右に行くほど単一軌道的な性質が強く、左に行くほどフェルミ面のネスティング (nesting ; 平行移動したときに重なる) が良いというパラメータ軸です。実験のこのサマリーに対して、上の図が我々の理論結果です [7]。図の右に行くほど  $T_C$  が高くなるという相関は、実験とコンシステントといえます。テクニカルにはもちろん、超伝導のセクションで概説するように用いた近似の良さの検討が必要です。

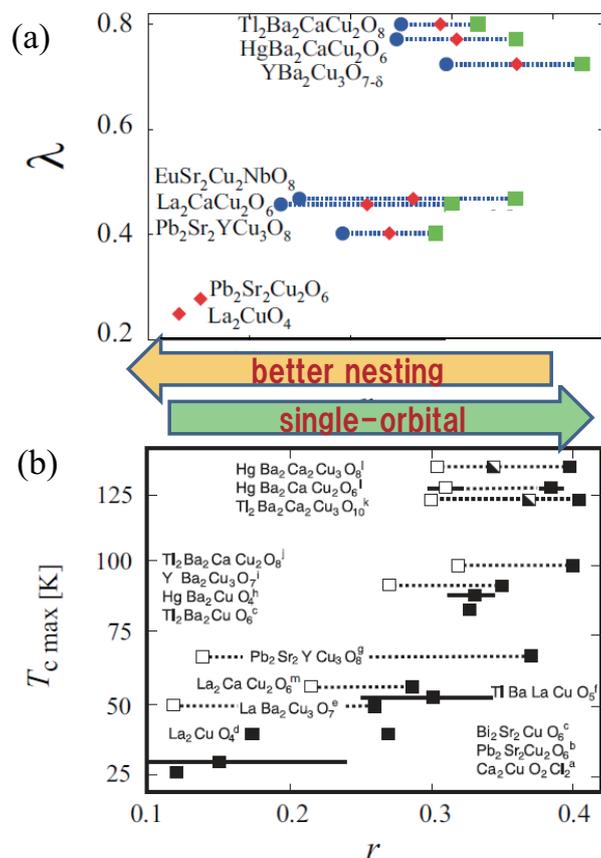


図2 様々な cuprates に対する、実験で得られている  $T_C$  のまとめ [6](b) と、理論で評価された Eliashberg 方程式の固有値  $\lambda$ [7](a)。横軸 ( $r$ ) は右に行くほど単一軌道的な性質が強く、左に行くほどフェルミ面のネスティングが良いことを表すパラメータ。

次に、物質設計ですが、その例の一つとして、山田昌彦さん（現在物性研）等と「有機強磁性トポロジカル系」を提案しました [8]（図3）。これは、金属・有機フレームワーク (metal-organic framework; MOF) の2次元版を用いてカゴメ格子を設計しようというもので、カゴメの平坦バンドを使えば強磁性が期待され、さらに金属に重い元素をつかえばスピン・軌道相互作用のために平坦バンドをトポロジカルにできるのでは、という提案です。この物質は化学合成を目指しているので MIT 化学科のディンカ (Mircea Dincă) のグループとの共同研究で、第一原理計算については常行真司研究室（東大理）との共同研究です。一般に MOF（3次元系、最近では2次元系も）は色々合成されつつあるので、現実性はあるのではないかとおもわれます。これは山田さんが学部学生の際の仕事です。

冷却原子 (cold atom) 系は、その圧倒的な制御性のために、電子相関やトポロジカルな

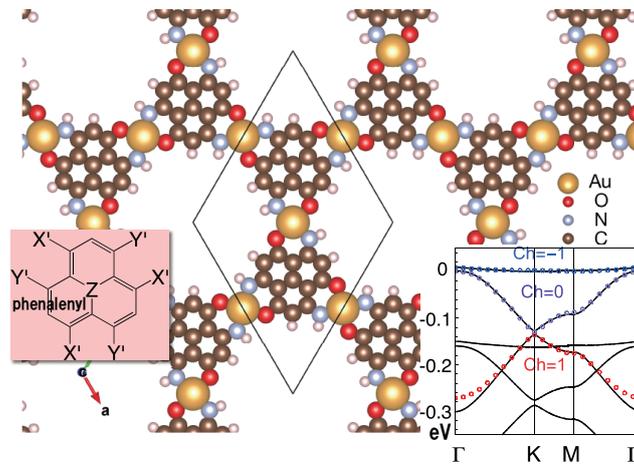


図3 設計された金属・有機フレームワーク [8]。左の添図は構成要素の有機分子、右の添図はバンド構造と Chern 数。

現象を再現する一つの理想的な playing ground というだけでなく、理論の toy 模型がほぼ実現できるという意味で設計を implement する格好の舞台といえます。特に、周期ポテンシャル（光学格子）の中に閉じ込めた系が固体物理系をシミュレートする舞台を与えます。例えば、絶縁体にはバンド絶縁体、モット絶縁体、トポロジカル絶縁体という3種類の絶縁体がありますが、後二者を融合したようなトポロジカル・モット絶縁体が理論的には考えられています。これは、toy 模型において、固体物理系としてはかなり非現実的な設定でしか発生しないと思われるのですが、冷却原子系では可能という提案をすることができます [9]。

非平衡に行くと、典型的に、固体物理系をレーザー照射等により新しい量子相にする、という理論的・実験的試みが一つの大きな潮流になっています。冷却原子系も、非平衡の物理を探る格好の舞台となっています。というのも、関与する時間スケールが圧倒的に遅いため、固体物理系より非平衡を調べ易いからです。非平衡にするには、例えば光学格子を揺らすことができます。辻直人さん（現 理研）等との仕事で提案したのは、強い AC 外場をかけると、粒子間相互作用を斥力から引力に変換することができます [10]。これは非平衡超伝導の一つの可能性を与えます。この論文が *Phys. Rev. Lett.* に出版されたときに、Viewpoint 欄でフリーリックス (James Freericks) が紹介し、その表題は“Changing repulsion into attraction with the quantum Hippy Hippy Shake” というものでした。この例

の様に、非平衡というのは平衡では思いもよらない状態を実現できる可能性をもっています。別の例として、トポロジカルな性質を新たにつくることを岡隆史さん（ドレスデン・マックス・プランク研、現在物性研）が提案しました [2]。これはグラフェンのような蜂の巣格子に円偏光を当てると、トポロジカル・ギャップが開き系をトポロジカル絶縁体に行けるといいうもので、フロッケ・トポロジカル絶縁体と呼ばれています（図 4）。机上の空論ではなく、その後、冷却原子系など幾種類かの系で実証されました。最近ではハンブルクのマックアイヴァー (James McIver) 等により、グラフェン自体においても実験観測がされています [11]。

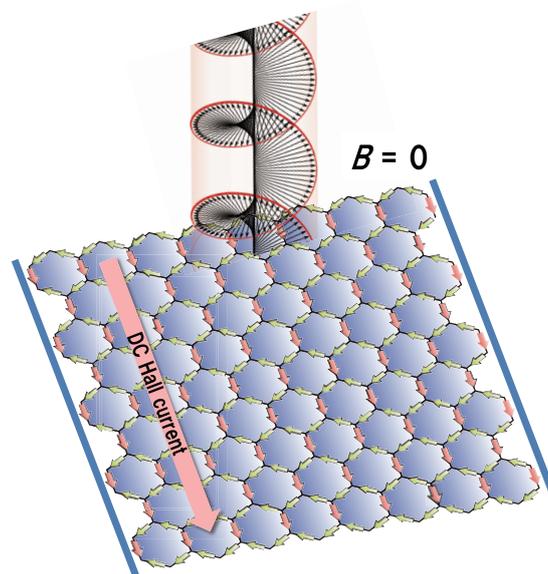


図 4 蜂の巣格子に円偏光を照射すると、（ゼロ磁場中で）ホール効果が生じるというフロッケ・トポロジカル絶縁体 [2] の概念図。

## 2 いままでの歩み

それでは、今 preview したような四本の柱を横糸に、私の研究の歴史を縦糸に眺めて行きたいとおもいます。今まで私は約 320 編の原著論文（うち 35 編が *Phys. Rev. Lett.*）を出版してきました。最も引用されている六つの論文は、黒木和彦さん（現 阪大）等との鉄系超伝導の理論 [12, 13]、岡さん等との Floquet トポロジカル絶縁体 [2]、常行真司さん等との結晶構造の第一原理的な決定 [14]、安藤恒也さん（現 東工大）との量子ホール効果の論

文 [15]、そしてヴェルナー (Philipp Werner) さん (Fribourg 大) 等との非平衡動的平均場近似についての総説 [16] です。

私の履歴からお話ししますと、高校は東京教育大付属駒場を卒業しました。当時は朝永振一郎が教育大教授 (1969 年まで ; 56-61 年には学長) だったので、彼の講演を聴いた記憶があります。ちなみに、朝永は、朝永-Luttinger 理論 (と呼ばれることが多いが、実は朝永がエッセンシャルな部分はやっていた) により物性物理学でも馴染み深いわけで、彼の業績は、「自然」という (1971 年まで刊行された) 雑誌の 1971 年増刊「総収録 仁科芳雄・湯川秀樹・朝永振一郎・坂田昌一」(私の愛読書) に詳しく収録されています。これを読むと、朝永が、場の理論の将来像も含めていかに深く考えていたかが分かります。ちなみにこの特集には、ボーアの原子模型の 50 周年記念の催しで座興に配られたという「史劇『ファウスト』風」と銘打たれたパロディー劇が、朝永の翻訳により収録されています。何度読んでも味のあるもので、朝永の翻訳も堂に入っていて、当時の人間がいかに教養に富んでいたかが如実にわかります。

1969 年に東工大の理学部に入学しました。1969 年というのはどのような時代だったでしょうか。それは、東大が「安田磐」になった年です。前年にパリで発生した学生紛争が世界に蔓延し、翌年の 1 月には安田講堂の中に学生が立てこもって、機動隊が攻撃して、ほとんど内戦のような状態になりました。このとき私は高校 3 年生で、この年東京大学は入学試験を中止しました。東工大に入学しても大学の入り口を機動隊が封鎖していて、キャンパスに入れないどころか、近づくことすらできず、自宅での勉強を余儀なくされました。そのためランダウ=リフシッツの理論物理学教程などを独学していたわけですが、今にして思うと、それはそれなりに良かったと思います。

1973 年に東大大学院の物理学専攻に入り、1978 年には理学博士号を授与されました。指導教官は上村洸先生です。テーマはハバード模型や強磁場中 2 次元系の電子状態です。PhD をとった後に量子ホール効果や強相関の物理が勃発する訳ですが、その準備のようなことをそれと知らずにやっていたことになります。私が最初に書いた 1975 年の論文は、ハバード (Hubbard) 模型において電子数が任意の場合を、Hubbard III と呼ばれる近似 (CPA のような平均場近似) で調べたもので [17]、約十年後に発見される高温超伝導体の言葉でいえば、ドーパされたハバード模型という訳です。ちなみに、ハバード模型は、

今に至るまで良く使われる標準的な模型の一つですが、見かけの単純さとは裏腹に、その多体電子構造を解くのは極めて難しい問題であるのは改めて言うまでもないでしょう。1970年代は、電子スペクトルは lower, upper Hubbard バンドに分裂、という荒っぽい描像でしたが、そんな単純ではないことが、その後に出た動的平均場近似 (DMFT) などにより示され、モットの金属・絶縁体転移の領域ではフェルミ準位近傍に幅の狭い（質量の重い）ピークが生じることが認識されました。DMFT は空間次元が無限大の極限で正確になる近似ですが、当時主要な描像の一つだった Brinkman-Rice 理論もこの極限で正しくなります [18]。上村研の隣には植村泰忠先生の研究室があり、そこでは安藤恒也さん（当時植村研助手）を中心に、2次元電子系の、特に強磁場中での電子構造や、グラファイトの電子構造の理論が行われていました。

その後、上村研の助手になり、その間、2年間 (1980-1982) はケンブリッジ大学の Cavendish 研究所に visiting scholar として滞在しました。ホストは理論グループ (theory of condensed matter) のインクソン (John Inkson) で、当時はモット (Sir Nevill Mott) 先生などもおられました。半導体の実験ではペッパー (Michael Pepper) が、光関連ではフレンド (Richard Friend) がいました。

その後は、筑波大学物質工学系に移り、岡崎誠先生のグループで仕事をしました。それから 1986 年には助教授として東大理学部に赴任しました。青木研の最初の助手は常行真司さんになっていただきました。テーマは結晶構造の第一原理です。次の助手が黒木和彦さんです。1986 年は、高温超伝導酸化物が発見された年です。ですから我々も、すぐその理論に取り掛かったわけで、以後、黒木さんと共に超伝導や電子相関の物理をやってきました [19]。それから次の助手が有田亮太郎さん（現在東大物理工学）です。電子相関や第一原理電子状態を色々やりました。次の助手が岡隆史さんです。岡さんが非平衡の物理を研究室に導入して、強相関、トポロジカル系、グラフェンなどの非平衡の物理を調べ始めました。その次の助手が辻直人さんです。やはり非平衡の物理を強力に進めました。最後の助手が、その後ドレスデンに行った高吉慎太郎さんで、非平衡の研究を磁性体に拡張しました。

私が最初に出た国際会議は 1977 年のことで、大学院生として量子ホール系（その後の言葉でいえば）をやっていた頃です。この系の理論については、安藤さんにも毎日の

ように議論をいただいていた。安藤さんは、量子ホール系の電子状態や量子輸送の理論を博士論文(1972)で打ち立てられたところでした。2次元電子系関連の国際会議でEP2DSと略称されるものがあります。1972年に始まったシリーズで、1977年にはドイツのBerchtesgadenで行われました。会議録[20]の集合写真を見ると分かるように、当時のEP2DSは参加者が100名程の非常にこぢんまりした、とても良いサイズの会議で、多くの人たちと顔見知りになりました。参加者には、江崎玲於奈氏、学習院大学の川路伸治氏、安藤さん、アメリカのスターン(Frank Stern)、ドイツのドルダ(Gerhardt Dorda; Klaus von KlitzingやPepperと一緒に量子ホール効果の論文を書いた)などがおられました。その後、量子ホール効果の発見や半導体ヘテロ構造の発展に伴って、EP2DSは大きな規模の会議に発展して行くことになります。

そもそも私は何故物理学をやるようになったのでしょうか。その最大の理由は、物理学は非常に美しいからです。こう思う方は、たくさんおられると思います。例えばイギリス物理学会誌に*Physics World*があり、そこに毎月“Once a physicist”というコラムがあります。これは物理学科を出たあとに全然違う分野で活躍している方々へのインタビュー・シリーズです。2014年12月号では、オペラ歌手のLauren Segalが出て、インタビュアーが「なぜそもそも物理を勉強しようと思ったのですか」と尋ねると、“I loved how beautiful it was”と言っています。私の二番目の理由は、物理の研究は「上に行けば行くほど頂上がどんどん高く伸びる山に登っているようなもの」\*1だからです。つまり、研究して面白いことができると、分かったことに倍する疑問が沸いてくる、という、自然科学に共通の深さがあるわけです。

次に、物理学の中でも何故物性を選んだのか。物理の様々な分野を俯瞰するのによく出される図に、極微の素粒子物理学から極大の宇宙物理学のスケールに亘る、蛇が自らの尻尾をくわえている図があります。そこでは、物性物理学はお腹の一番おいしいところをやっていると、私は思っています。つまり、物性物理学は極微と極大の間の領域であるがために、「多様性の中の美しさ」を追求できる、と表現することもできるとおもいます。

上で触れた、1980年代の初めにケンブリッジに滞在したことは、その後の私の考え方や研究法にとって大きな影響を与えました。これは、キャヴェンディッシュ(Cavendish)

---

\*1 これは音楽の演奏に関して、ピアニストの青柳いづみこさんが言った言葉です。

研究所が世界最高の研究所の一つであること、また時代がたまたま、量子ホール効果や局在のスケーリング理論が出た直後の、固体物理の一つの黄金時代だった、ということなどからきているとおもいます。キャヴェンディッシュ研については、以前に私は本誌に、「Nevill Mott の物理と固体物理のこれから」という題で書いた解説で詳しく触れました [21]。モットとは毎週のように議論しました。モットは大きな革靴をいつも持ち歩いておられ、そのなかに詰まっている論文は殆ど全て実験のものであり、常に理論と照らし合わせていました。新しいことは実験から発する、という信念をもたれていたようです。常に実験を睨みながらやるべしというのは、私も指導教官の上村先生から学んだことでもあります。私がモットと交わした主な議論は、当時は局在のスケーリング理論が出た頃だったので、それと局在に関するモット理論との整合性などに関してでした。問題は局在・非局在の境目で何が起きるかということで、スケーリングを認めてしまえばスケーリング理論がユニバーサルな描像を与えるのですが、モットは、当時キャヴェンディッシュにいたカヴェー (Moshe Kaveh ; その後 Bar-Ilan 大学) とともに、冪則で局在する状態 (その後の言葉でいえば臨界局在状態) といったものに凝っていました [22]。キャヴェンディッシュの実験グループでは、ペッパー (その後 Univ. College London) のグループが、局在の臨界次元である 2 次元 MOS FET で色々実験しており、データは豊富でした。ちなみに、局在のスケーリング理論が出た頃には、私も不規則系と局在問題をテーマの一つにしていて、一種の実空間繰り込みを考えていました [23]。カダノフ流の、decimation と呼ばれる操作 (複数のスピンを有効スピンの還元する) は電子系には適用できないので、グリーン関数に対する実空間繰り込みを考え、それに対する繰り込み群のフローを数値的に求めました。結局、同時期に提出されて一世を風靡した局在のスケーリング理論が明快な描像を与えた訳ですが、ミクロな量子状態に関する繰り込みについては、最近では tensor-network 法が開発されていて、そこではもっとソフィスティケートされた繰り込み (MERA, ...) が行われて、大きな流れの一つになっているのは良く知られるところです。当時の不規則系の代表は、燐をドーピングしたシリコン (Si:P)、およびアモルファス・シリコンで、特に後者は太陽電池との関連で精力的に研究されていました [24]。最近、Si:P 系が MBE 作成の面から改めて興味をもたれているようです [25]。

キャヴェンディッシュ研究所は、1850 年頃に William Cavendish によって寄付されま

した。キャヴェンディッシュといえば、われわれ物理屋さんにとってなじみ深いのは、親戚筋の Henry Cavendish の方で、水が  $H_2O$  であることを発見したり、地球の重さの最初の測定からニュートンの重力定数を計算した人です。キャヴェンディッシュ研究所は小ぶりの研究所ですが、今まで 30 名のノーベル賞受賞者が輩出しています。研究所の廊下を歩くと、Maxwell が使った机がさりげなく置いてあったり、Thompson が電子を発見した実験装置、Watson と Crick の DNA の模型なども展示されています。モットがノーベル賞を取ったときのお祝いの巨大なシャンパンもあります。研究所の向かい側には牧場が広がり、獣医学科があって、馬などがたむろしています。（現在は、Medical physics や電気工学科（通称 Bill Gates ビル）などが櫛比していますが。）

さて、私の研究室の初代助手の常行さんが研究室から最初の博士号です。テーマは、第一原理による結晶構造決定です [14]。常行さんが典型例のターゲットとした物質はシリカ（酸化珪素）、鉱物としては石英（クォーツ）です。何故石英のように一見地味なものを選んだのかと思われるかもしれませんが、ファインマン (Feynman) が Bachelor of Science の学位論文を書いたときのアドバイザーはスレイター (Slater) で、石英は熱膨張率が非常に小さいのはなぜかという問題がファインマンのテーマでした。熱膨張率は小さいだけでなく、ある温度以上では負にすらなります。このように、シリカは決して退屈な物質ではありません。常行さんは、先ず第一原理計算から原子間ポテンシャルを求めて、これを用いた分子動力学 (MD) シミュレーションをするという方法論を用いて、与えられた物質で結晶構造がどのように複数あり得るか、また、物性が結晶構造に敏感に依る（例えば石英の  $\alpha$  型で負の膨張率）、ということを実証しました（図 5(a)）。この研究のきっかけになったのは、松井義人先生（東大化学科出身、当時岡山大学地球内部センター長）です。松井先生は、化学を基礎として地球物理学（詳しくは地球の造岩物質の物性）に対する観点を構築され [27]、我々物理学者とも良く話が噛み合います。1989-1992 年頃には、私は岡山大学地球内部センターの共同利用として何度か滞在しました。このセンターは温泉研究所と呼ばれたものから発展したもので、名前に違わず所内には温泉があります [28]。松井先生はそこで、計算機実験による地球構成物質の構造と物性の理論をやっておられ、この分野のパイオニアの一人といってよいとおもいます。

*Nature* に常行論文が出たときに、この雑誌の当時の編集長はマッドクス (John Maddox)

でしたが、News & Views 欄 [29] でこの論文にコメントしました。曰く、「結晶構造は元素組成を入力しただけで、本当は原理的にちゃんと出なくてはいけないものである。そういう時代はまだ来てないけれど、常行たちの論文は laconic style でそれに随分近づいた (good step nearer)。さらにこれに沿った研究を進めて成功すれば、エベレストに初登頂と同じくらいの心理的インパクトがある」。コーエン (Marvin Cohen) がこれにコメントしています [30] し、その後もこの News & Views は引用されています [31]。つまり、物質の組成 (chemical formula) を与えても、可能な結晶構造は沢山あり、結晶多形 (polymorphism) として昔から知られてはいます。ところが、理論的に、どのような結晶構造が (条件に応じて) どのように現れるのか、という点については、系統的なことは (方法論も含めて) 満足すべき整備は意外にもあまりされていませんでした。常行さんの仕事はそこに一石を投じたものといえます。シリカのように、地球上で豊富な元素からなるありふれた物質ですら、多くの結晶多形があることがわかります。ちなみに、この仕事で得られた高压下での構造の一つに、 $\alpha$  PbO<sub>2</sub> 型構造のシリカがあります。後に、火星隕石 (Mars meteorite) で  $\alpha$  PbO<sub>2</sub> 型シリカが検出され、面白いとおもいました [32]

このようなことにも触発されて、私は結晶構造にも魅せられていて、その後関連した本を出版したこともあります。これは、庄野安彦氏、ヘムレー (Russel Hemley) 氏 (金属水素合成の試みでよく知られる) と私の共編で、“Physics meets mineralogy” と題された本です [33]。ちなみに、さらに一般的なことをいうと、固体が結晶を組むのは当たり前のようの一見感じられますが、実は自明な話では全くありません。このテーマを追求した物理学者には、ダイソン (Freeman Dyson) など多くがいます。リープ (Elliott Lieb, Princeton) もその一人で、このテーマのレクチャー [34] や本 [35] を著わしています。

結晶構造についての別の方向性としては、ゼオライト構造や、包接化合物 (clathrate compounds) があります。シリカでも、melanophlogite というゼオライト的な構造があり、常行さんのシミュレーションでも現れました。包接化合物というのは、隙間の多い構造が別の分子を取り囲んだ物質のことで、典型的には、水分子がメタンを包接して構造を組んだ水和物 (hydrate) があります。これは、海底などから採掘され、将来のエネルギー源になる可能性などが取り沙汰されているものです。メタンの例では、この分子は疎水性をもつので、水分子は、なるべくメタンに触らないように構造を組むので、包接構造となる訳

です。包接構造は意外と様々な物質群がとる構造で、hydrate 構造として統一的に分類されています。図 5 には、melanophlogite 構造のシリカも表示しました、文献 [33] の表紙からとったものです。また、超伝導の分野でも山中昭司さん（広島大）等によりシリコン包接化合物において超伝導が発見されています。Si<sub>20</sub> フラレンを単位としたゼオライト構造に金属元素を取り込んだ Na<sub>2</sub>Ba<sub>6</sub>Si<sub>46</sub>（空間群は A<sub>3</sub>C<sub>60</sub> と同じ）です。ゼオライトそのもの（アルミノシリケート等）になると、その隙間（ケージと呼ばれる）に、アルカリ金属等のクラスターを吸蔵でき、新奇な物性が現れ得ます。実際、野末泰夫さん（阪大）のグループにより、単純金属 (K) を吸蔵したゼオライトにおいて強磁性が 1990 年代に実験的に発見されました。その発見機構に理論的な興味もたれますが、これを有田さん等と第一原理計算から調べ、この系は単位胞に数百個の原子を含む複雑な系であるが、その電子構造はナノサイズ・ケージに閉じ込められたクラスターの波動関数の tight-binding 模型と捉えることができ、強磁性等の多体効果が期待できるほど強相関電子系といえることを提案しました [36]。

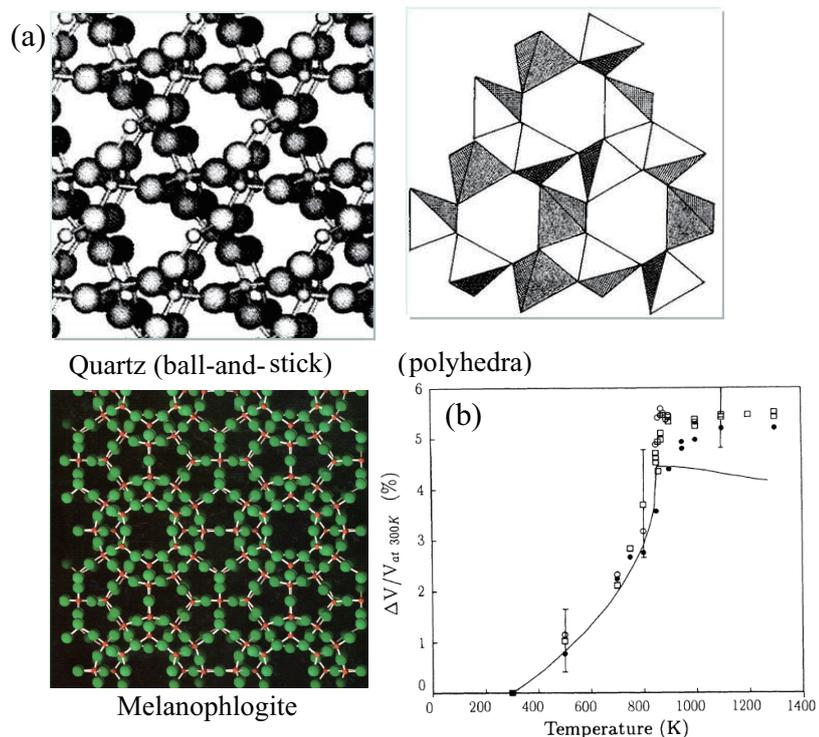


図 5 (a) 理論的に得られた quartz の構造 (上段) と、melanophlogite の構造 (左下)。(b) Quartz における、温度に対する体積変化  $\Delta V$  の MD 計算結果 (記号) と実験結果 (実線)。文献 [14, 33] より。

最近、200K を超える  $T_C$  がみつかった硫化水素における超伝導ですが、これが実験的に発見されたあと、それを解析した最初の理論の一つを行ったのが常行研助教の明石遼介さんです [37]。そこでは、第一原理による結晶構造や電子状態計算から始めて、第一原理の超伝導計算をこなされました。このように、第一原理による結晶構造というコンセプトは、必須な要素であり続けているのは申すまでもありません。高圧下の物質を理論的に扱うという流れでは、造岩鉱物を中心に、ウェンツコヴィッチ (Renata Wentzcovitch) やコーエン (Ron Cohen) などがやっています。例えば、ペロフスカイト (perovskite) 構造は、八面体がきっちりパックしているので、加圧しても結晶構造はあまり変化しないと一見おもえますが、近年の地球物理学でのブレイクスルーとして post-perovskite 構造というものが存在することが分かりました。地球内部 (マントル最深部) で、silicate (酸化ケイ素と遷移金属の化合物) がどのような結晶構造をもつか、つまり普通の高圧相であるペロフスカイト構造に対してもっと高圧 (> 100 GPa) 相の “post-perovskite” は何か、という重要な問題があった訳ですが、2004 年にこの構造が日本で解明されました (CaIrO<sub>3</sub> 構造として知られてはいた構造)。地球内部物質に関連するという点で大きな興味をひきました [38]。

次の助手で、青木研最初の大学院生が黒木和彦さんです。黒木さんが大学院修士課程に入った 1988 年は、高温超伝導銅酸化物が見つかった 2 年後にあたります。ちなみにこの頃の 1987 年には、大マゼラン星雲で超新星が爆発し、誰でも知る画期的な発見となった訳です。その頃 (1989 年) に、南部陽一郎先生が東大物理学教室談話会で「超伝導から Higgs ボゾンまで」という題で講演をされています。後で述べるように、その後 Higgs 粒子が CERN で見つかり、さらにその後には超伝導体における Higgs モードも観測される訳です。超伝導については、その頃有機超伝導体も精力的に調べられ始めた時期です。2000 年を過ぎると、鉄系超伝導が発見されます。有機超伝導体や鉄系超伝導体も、黒木さんと一緒に研究しました。

その後については以下のセクションで順次触れたいとおもいますが、歴代の助手の方々を支えられながら、私は今までに指導した大学院生から、23 名の博士を出して、そのうち 19 名はアカデミアに進んでいます [39]。方針としては、それぞれの大学院生になるべく違うテーマを与えるということです。そうすると、各人がイニシアチブをもって研究でき、かつ、研究室内でも異なるテーマをもった人たちが活発な議論ができる、というのが

利点だとおもいます。また、指導教官というより共同研究者として議論をすることを方針としてきました。

上で、物性物理は場の理論のフレーバーをもつといいましたが、私は個人的にも場の理論が好きで、色々な方とも議論しました。例えば、同僚で素粒子理論の江口徹さんと良く議論をしました。ゲージ場理論では、ラグランジアンを与えただけでは全ては決まらない、例えば真空が無限に縮退する可能性 ( $\theta$  vacuum といったような) がある、などの議論です。要するに、トポロジカル系も含めた議論をしていたこととなります。二人で「素粒子-物性 informal 理論セミナー」というシリーズを開いて、素粒子論からみた  $high T_C$  とか、Virasoro 代数と臨界指数などといったテーマで議論をしていました。ちなみに、東大物理学専攻には修士1年生に対する理論演習という少人数授業があり、例えば1987年度には、夏学期は江口さんが Amit[40] を教科書にしたあと、冬学期は私が量子モンテカルロ法をやったりしました [41]。2010年には、東大の柏キャンパスにある IPMU で *Condensed Matter Physics Meets High Energy Physics* という国際シンポジウムを開催しました。これはちょうど IPMU の建物ができたときなので、その柿落しの国際会議 (“Focus week”) になり、Caltech の大栗博司さん (現在 IPMU 機構長) と co-chair をしました [42]。そもそも、大栗さんとは良く議論をし、「物性と素粒子 — 多様性と統一の物理的世界像の対話」というタイトルで大栗さんと対談もして、それを録音して活字にしたものを「固体物理」誌に出版しました [43]。それが切っ掛けになっています。Focus week では様々な話題がありました。Pedagogical lecture というのもキターエフ (Alexei Kitaev) やリード (Nick Read) 等にやっていただきました (前者は黒板を使った講演だったのが印象的でした)。また、岡隆史さんは、修士課程のときに素粒子理論から物性理論の私の研究室に移ってきました。そのため、素粒子理論や場の理論のバックグラウンドが充分にあります。物性に移ってきた当初に、岡さんが提起した問題の一つは、「物性物理には様々な系や様々なモデルがあるが、仮にそれらのモデルに対して繰り込みができたとすると、結局物性物理の本質の分類学は、繰り込みの fixed-point (固定点) ハミルトニアンはどのようなものがあるか、という問題に帰着するのだろうか」という論点で、これは面白いとおもいました。詳しくは、繰り込み可能なモデルだけを考えていれば良いか、という問題があり、これは場の理論や素粒子理論でも大問題です。物性でも、繰り込み先としては記述できない領域は

多々あることが想像されます。例えば、その後発展したトポロジカル系の物理なども、トポロジカル項を含む、あるいは発生させるような繰り込みができれば、面白い問題とおもいます。また、場の理論においては、繰り込みと、対称性の量子力学的破れとの関係については、量子異常（歴史的には特にカイラル量子異常）の観点で長い研究の歴史があります [44]。

このように、場の理論は固体物理の良きバックボーンの一つで、例えば私の愛読書の一つは、ゲージ場理論の生みの親の一人であるワイル (Hermann Weyl) の本 (*Raum-Zeit-Materie*) です [45]。物性物理における場の理論についても、色々良い教科書が出ています [46]。若い固体物理の学生でも、場の理論が好きという方は多いようです。実験家においても、ドレスデンのマックス・プランク Chemical Physics 研究所に先年行った折に、その無機化学者のフェルザー (Claudia Felser) さんとディスカッションをしたときに、テーマが超伝導体の Higgs boson や Weyl semimetal、Majorana fermion などが次々と現れたので、しまいにはフェルザーさんが「Higgs, Weyl, Majorana — I'm a particle chemist ! (私は素粒子物理学ならぬ素粒子化学者だ)」と笑い出しました。今やそんな時代になっているようです [47]。

### 3 超伝導

それでは、超伝導に入りたいとおもいます。超伝導は、物性物理において最も面白いテーマの一つといえるでしょう。超伝導体の磁気浮上 (図 6(a)) は、ゲージ対称性の自発的破れが巨視的に現れることを体感できる現象です。私は、学部の講義の際にデモンストレーション実験として、高温超伝導体やネオジム磁石を借りてきて磁気浮上デモ実験をよくやりましたが、学生の方々は結構感激するようです。

BCS 理論が出て、その 5 年後 (1962 年) に行われた LT8 (第 8 回低温物理学国際会議) では、バーディーン (John Bardeen) 等の他に、マティアス (Bernd Matthias) も超伝導について発表しています [48]。彼は、「ひょっとしたら全ての金属は十分低温では超伝導または磁性をもつのでは」という予想をしましたが、ここで十分低温というのは極低温も含んでということであり、理論的興味という意味が濃厚 (あまり exciting なことは待っていないだろうという含み) でした。ところが、数十年後に銅酸化物で高温超伝導が見つかり、

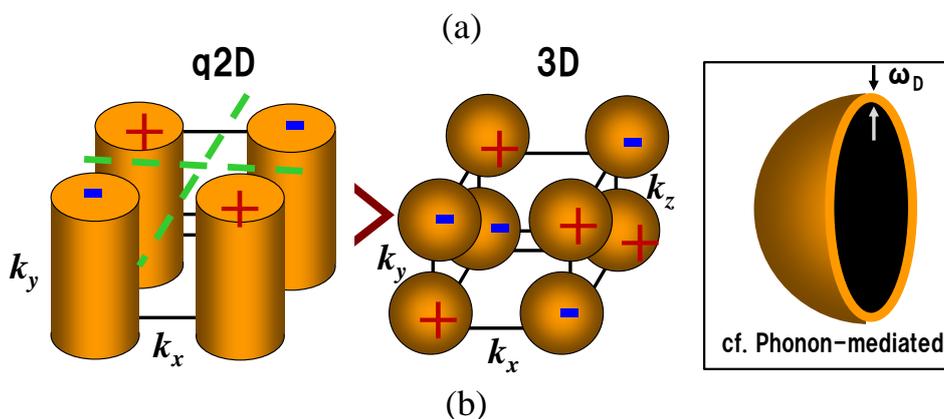


図 6 (a) 超伝導体の磁気浮上。実験者は青木。(b)  $k$  空間においてペアリング相互作用が大きい領域 (オレンジ色) を、2次元系と3次元系に対して模式的に示す。符号はギャップ関数の符号、緑破線は node を表す。右端はフォノン機構超伝導における等方的超伝導の場合を比較。

それを契機として様々な非従来型超伝導体が鎬を削り始めた訳です。この鎬（つまり物質科学と基礎科学とのキャッチボール）から電子相関の物理という新たな分野が生まれたわけです。実際これは、量子磁性、量子相転移、非フェルミ液体、スピン液体などに発展しました。超伝導は、他の分野も巻き込む推進力をもっていて、例えば秋光純先生（青学、現 岡山大）が領域代表をされた科研費特定領域「異常量子物質の創製 — 新しい物理を生む新物質」（2004-2008 年）は、エキゾチック超伝導、異常磁気伝導、巨大光応答という三つの班が連携していました。

超伝導について私は、銅酸化物を初めとして、鉄系超伝導体、有機超伝導体も調べてきました。それぞれ結晶構造、バンド構造、フェルミ面は大きく違いますが、異方的超伝導ということでは共通点があります。私が有機超伝導体 [49] に馴染むようになったのは、

鹿児島誠一氏や鹿野田一司氏等との交流によるものです。有機超伝導体はエネルギー・スケール（バンド幅等）が無機超伝導体に比べて1桁程度小さく、従って超伝導の  $T_C$  も1桁程度小さいのですが、構成要素である有機分子の多様性から来るバラエティーが特徴といえます。

メカニズムとしては、従来型超伝導では、電子がフォノンを交換して生じる相互作用から超伝導が発生し、そこではフォノン・エネルギーは 100 K のオーダーで、それから約1桁落ちた 10 K のオーダーの転移温度  $T_C$  で超伝導になり、クーパー対としては概ね等方的ペアリングです。それに対して、電子メカニズム（非従来型）の超伝導では電子間の斥力相互作用を利用しており、 $T_C$  は電子エネルギー（ $\sim 1 \text{ eV} \sim 10000 \text{ K}$ ）の大体2桁落ち（ $T_C \sim 100 \text{ K}$ ）で、クーパー対としては異方的ペアリングです。典型例としては、従来型超伝導に対しては今日では硫化水素がその一つになります。非従来型の超伝導では、もちろん high  $T_C$  cuprate が典型例です。超伝導は微妙に生じる量子状態なので、相互作用を大きくすればするほど  $T_C$  が上がるといったような単純なことではありません [1]。これはフォノン・メカニズムのときもそうですが、電子メカニズムのときはさらに微妙です。ですから、コントロール・パラメータを変化させたときに  $T_C$  がどこでどのような理由でオプティマムになるかという問題になるわけです。

超伝導全体を概観してみましょう。まず単体から行くと、有名な阪大の実験的な仕事が生じたように、様々な単体に対して  $T_C$  を周期律表の上でプロットすると、驚くことに殆どの元素は、必要なら圧力をかければ超伝導になります。Matthias の予測をある意味で裏付けたことになります。 $T_C$  の大小を見ると、周期律表で左上の方が高い傾向が分かります。一番左上に行けば水素ですが、実際、固体水素を超高圧にすれば金属化し高温超伝導になる、という理論的予言があり、実験的には金属水素はまだ実現していませんが、近いのが硫化水素というわけです。化合物に行くと自由度が増えて、構成元素も p 電子系、d 電子系、f 電子系などいろいろあり、これに伴い原子の軌道自由度もあります。単体より多彩な結晶構造、その空間次元（層状構造か否か、など）、およびそれらに応じた電子のバンド構造も多彩となります。電子間相互作用については、スピン揺らぎや電荷揺らぎの様相や強さは、先ずはバンド構造によって決まります。High  $T_C$  cuprate のような強相関電子系での電子メカニズムとしては、典型的なペア散乱過程の前と後でギャップ関数の符

号が変わります。ギャップ方程式を見ると、散乱の前と後で符号が変われば方程式中のマイナス符号をキャンセルしてくれるので、斥力が引力として働きます。

結晶の空間次元性はどうか：3次元結晶の方が良いのか、層状物質の方が良いのか。これについてはペアリング相互作用を考えると、層状物質（擬2次元系）の方が圧倒的に有利（高い  $T_C$  を与える）、と一般的にいえます（図 6(b)）。これはロンザリッチ (Gil Lonzarich) 達 [50]、独立に有田さん達 [51] の仕事です。2次元系の方が有利なのは、 $k$  空間においてペアリング相互作用が大きい領域の体積率が、2次元系の方が圧倒的に大きいからです。これは経験事実とも合っていて、発見されてきた新しい超伝導体 (cuprates、cobaltate、hafnium 化合物、cerium 化合物、鉄系超伝導など) は殆ど全て層状物質です。

これを調べるのに我々は FLEX (fluctuation exchange approximation) という方法を使いました。斥力多体相互作用をダイアグラムの的に扱う方法で、電子の多体散乱においてバブルとラダーのダイアグラムを交換する過程を、Baym-Kadanoff 理論に立脚して取り入れたものです。これにより、運動量依存のペアリング相互作用を記述でき、 $d$  波ペアリングのような異方的超伝導が扱えます。近似の定量的な妥当性は、特に強相関領域で明確でないのですが、定性的には（つまり、何かのパラメータを変えたときの傾向など）ある程度の指針を与えると考えられます。FLEX を使った仕事としては、上記の次元性も含め、銅酸化物のスピンの揺らぎ [52]、スピン・トリプレット超伝導の可能性 [53]、電子間相互作用が on-site だけでなくレンジが伸びたときの効果 [54]、3次元 [55] および3次元非連結フェルミ面 [56] などを調べました。

Cuprate、鉄系、フラレン超伝導体において、どのような原子軌道が構成要素になっているかを見ると（図 7）、cuprate では（ほぼ1種類の） $d$  軌道です。鉄系でも  $d$  軌道で、主に三種類関与しています。フラレンでは分子軌道が複数個関与しています。実は、cuprate でも複数の軌道が関与しているのが分かるので、これらは全て多軌道超伝導ということになります。2バンド模型というのは超伝導の観点から面白いとおもわれ、黒木さんとも、繰り込んだ場合に1バンド系に落とせる場合と落とせない場合の物理などの観点から調べました [57]。

それでは、第一回はここまでとして、次回以降は第二回は超伝導の続き、第三回は電子相関とトポロジカル系、第四回は非平衡、という構成にする予定です。

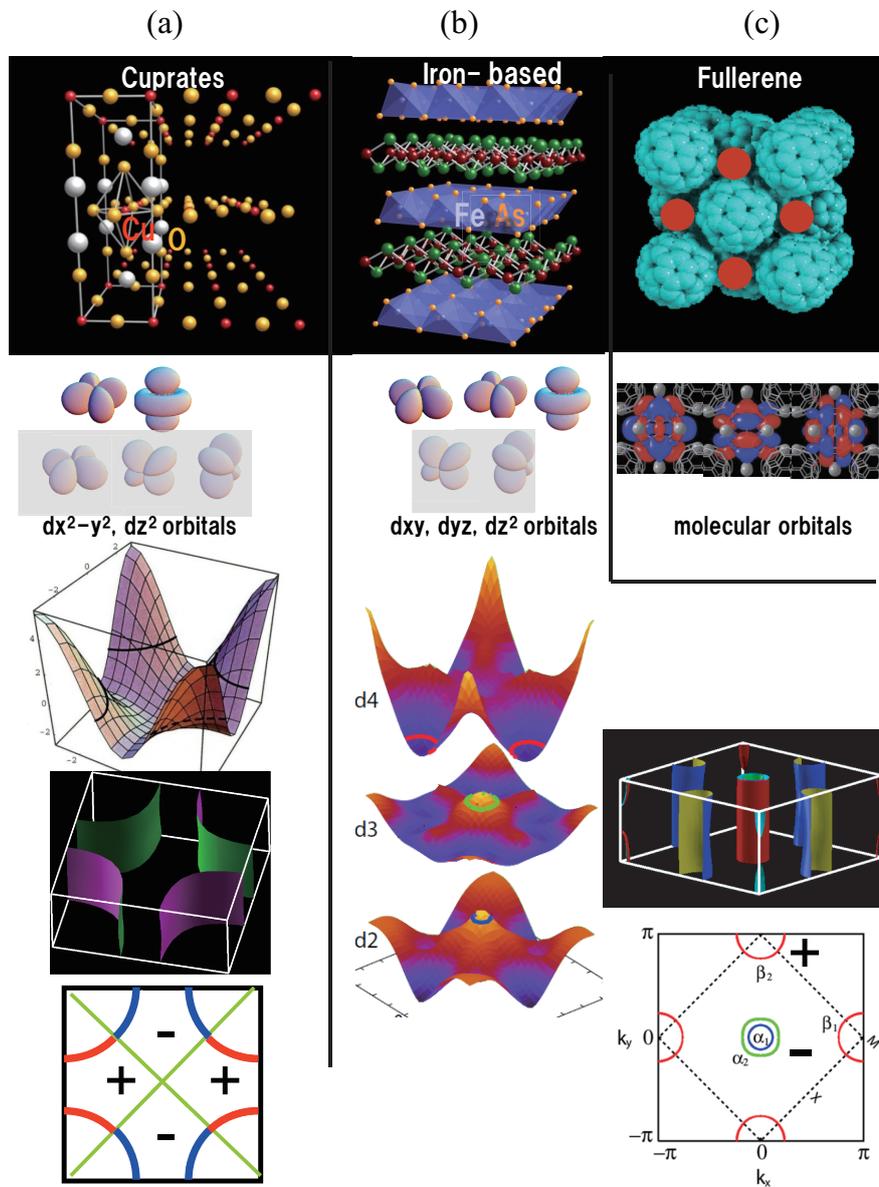


図7 Cuprates (a), 鉄系超伝導体 (b), フラレン (c) に対する結晶構造 (上段)、関与する軌道 (2段目)、バンド分散とフェルミ面 (下段、符号はギャップ関数の符号)。

連載 (その2) (「固体物理」 55, 737 (2020) 出版)

連載の第二回目は引き続き超伝導について述べたいとおもいます。なお、セクション番号、文献番号や図番号は、混乱を避けるために連載全体に亘る通し番号としましたので、各回の番号は中途から始まっていることにご注意ください。

### 3.1 銅酸化物高温超伝導体

銅酸化物高温超伝導体は、1986年の発見から優に30年以上経っているのに、基本的な謎が今だに多く残る面白い問題です。この化合物は銅と酸素からなる複数の軌道から構成されており、普通は銅の  $d_{x^2-y^2}$  軌道を主成分とし、酸素の軌道も混成した軌道 (Zhang-Rice singlet) から成る単一バンド系と見なします。ところが、銅酸化物ファミリー中に多数ある化合物を見ると、そう単純ではないことが分かります。例えば、典型的な銅酸化物高温超伝導体である  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$  ( $T_c \approx 40 \text{ K}$ ) と、殆ど同じ結晶構造をもつ  $\text{HgBa}_2\text{CuO}_{4+\delta}$  ( $T_c \approx 90 \text{ K}$ ) を比較すると、フェルミ面のネスティングは前者の方が良いので、常識からいえば  $T_c$  が高いことが期待されるのに、実験的には逆です。連載第一回で preview した第2図では、様々な cuprates に対して多軌道性を考慮して、黒木さん、榊原寛史さん（現鳥取大）等と FLEX 計算したものです [7]。横軸  $r$  は、右に行くと単一軌道性が高くなり、左に行くとネスティングが良くなるパラメータで、このプロットで分かるのは、たとえネスティングが悪くても、単一軌道性が強い方が  $T_c$  が高く、単一軌道性の方が支配的要因となり、実験の大体の傾向を説明します。ネスティングや単一軌道性を制御しているパラメータは、Cu  $d_{x^2-y^2}$  軌道と O  $p_\sigma$  軌道が混成したワニエ軌道の準位と、Cu  $d_{z^2}$  軌道と O  $p_z$  軌道が混成したワニエ軌道の準位の差  $\Delta E$  です。何故準位差が関与するかというと、先ず準位差  $\Delta E$  が大きければ勿論単一軌道性が高まります。一方、準位差は、最隣接より遠いホッピングの大きさも支配します。というのも、準位差が小さいと、第二隣接ホッピング ( $t'$ ) や第三隣接ホッピング ( $t''$ ) は、メインの軌道 (cuprate では  $d_{x^2-y^2}$ ) の間だけではなく、メイン・バンドの近くにある二番目のバンドを構成する軌道 ( $d_{z^2}$ ) を通しても起き、このとき軌道内ホッピングと軌道間ホッピングは逆符号となってキャンセルします。そのため、最隣接ホッピングの大きさ  $t$  で規格化した遠距離ホッピングの大きさ  $r \equiv (|t'| + |t''|)/|t|$  は、 $\Delta E$  と正の相関をもちます。従って、 $r$  が小さい程ネスティングが良くなり、逆に  $r$  が大きい程単一軌道性が良くなります。

物質依存性としては、 $\Delta E$  は、Cu  $d_{x^2-y^2}$  と Cu  $d_{z^2}$  の生の準位差、ならびに O  $p_\sigma$  と O  $p_z$  の準位差により決まり、それらは層間距離や頂点酸素の高さを通して物質に依存します。このような要素は、銅酸化物をどのようにコントロールすれば  $T_c$  が上げられるかという

ことにも示唆を与えます。一つの例は、銅酸化物高温超伝導体に一軸性圧力をかけたときの効果です。単結晶の横腹から (ab 面内で) 圧すと  $T_c$  が上がり、上下から (c 軸方向に) 圧すと下がるという実験結果があり [58]、これは上の理論と整合していて、横から押すと二つの軌道のエネルギー差が大きくなるので、単一軌道性が増えて  $T_c$  が高くなると理解できます。その後、Stanford のジボール (Ted Geballe) のグループも圧力効果を詳しく調べています [59]。余談になりますが圧力といえば、私は高温超伝導銅酸化物が発見された直後から圧力効果に興味をもっていて、実は、三朝の岡山大学地球内部研究センター (前回の連載でも出てきましたが) で銅酸化物の加圧実験をやってもらったりしていました。結局この試みは (一つにはこの物質がセラミックスのため) 明確な結果は出なかったのですが、当時誰かから、「青木さんは、(ベテ仮説解のような) 厳密可解模型と、高圧という両面作戦ですか」と冷やかされたことを覚えています。確かにその頃、黒木さんが M1 でベテ (Bethe) 仮説解をやっており、学部 4 年の草部浩一さんがハバード模型の対角化を自作していました。上記の一軸圧の仕事については、20 年経ってやっと意味のあることのひとつができるようになったという感慨をもちました。

高温超伝導の  $T_c$  をキャリア密度に対してプロットすると、典型的にドームといわれるピークを持ちます。これがなぜかという重要な問題は、理論的にいまだに難しい問題です。というのも、half-filled に向けて  $T_c$  が落ちるのは、Mott 絶縁相に近づくためですが、この効果を理論的に扱うのが難しい訳です。そのため、 $T_c$  ドームを再現できる理論はあまり多くはなかったのですが [60]、北谷基治さん (現 理研) が、Mott 絶縁体を記述できる DMFT と、異方的ペアリング相互作用を記述できる FLEX を融合すると  $T_c$  ドームが再現できることを示しています [61]。つまり、FLEX は運動量依存のペアリング相互作用を記述できるがモット転移のような強相関効果は扱えない一方、DMFT はモット転移は扱えるが平均場近似なので運動量依存のペアリング相互作用は記述できません。この両者を自己無撞着に合体させた「FLEX+DMFT 法」は、常伝導状態についてはヴェルナー (Philipp Werner) のグループにより開発されましたが [62]、北谷さんはこれを超伝導に拡張しました。また、FLEX+DMFT を使って、Pomeranchuk 不安定性 (Hubbard 模型のような多体格子模型において、多体効果のためにフェルミ面が自発的に格子より低い対称性に歪む) や、その元での超伝導を議論することもできます [63]。

高温超伝導の  $T_c$  は何故低いのか。これは逆説的に響くかもしれませんが [64]、意味するところは、電子エネルギー・スケール (1 eV ~ 10000 K) に比べて電子メカニズムの  $T_c$  (~ 100 K) は何故二桁落ちるのかという疑問を指しています。様々な超伝導体について実験的に得られた  $T_c$  を Fermi 温度  $T_F$  で整理した、いわゆる植村プロット [65] を見ると、知られている全ての超伝導体に対して、 $T_c$  はおおむね  $T_F$  の二桁落ちになっているという経験的事実があります。(ちなみに、植村プロットで元来の問題意識は、超流動密度がどうなっているのかということですが、超流動密度の評価は理論的にいまだに難しい問題)。二桁落ちを一桁落ちに留められれば、室温超伝導など楽勝な訳ですが、 $T_c$  が大幅に下がるのには理論的に強力な理由があり、(a) ペアリング相互作用はスピン揺らぎ媒介といった微妙な過程を使っているため、ペアを糊付けしているエネルギーは元々のクーロン斥力相互作用 (Hubbard  $U$ ) に比べて格段に小さい、(b) 強相関のために自己エネルギー補正により準粒子が短寿命になってしまう、(c) 斥力からの超伝導ではペアリングは異方的にならざるを得ず、これはギャップ方程式で  $T_c$  を下げる、といったディレンマがあります。ちなみに、レーザー冷却されたフェルミオン原子での超流動転移温度は  $T_F$  の一桁下で済んでいます。この冷却原子の場合では Feshbach 共鳴を使って原子間相互作用を引力にしているために一桁落ちに収められたのであり、逆に斥力からの超伝導がいかに大変かということを示しています。

斥力からの超伝導は強相関問題になるわけですが、強相関系を扱う理論的方法論は様々開発されており、それぞれの適用範囲に注意しながら調べることとなります。その代表的なものを列挙すると、

- 厳密対角化、
- ベーテ仮説解、
- 量子モンテカルロ法 (Quantum Monte Carlo; QMC)、
- Determinantal QMC、
- 変分モンテカルロ法 (Variational Monte Carlo; VMC)、
- 乱雑位相近似 (RPA)、
- 密度汎関数理論 (DFT)+U、
- Self-consistent renormalization (SCR)、

- 揺らぎ交換近似 (Fluctuation exchange; FLEX)、
- 密度行列繰り込み群 (Density matrix renormalization group; DMRG) などの tensor network 法、
- 汎関数繰り込み群 (Functional renormalization group; fRG)、
- 動的平均場理論 (Dynamical mean-field theory; DMFT)、
- Two-particle self-consistent 法 (TPSC)、
- FLEX+DMFT、
- Dynamical cluster approximation (DCA); cellular DMFT (CDMFT)、
- 動的バーテックス近似 (Dynamical vertex approximation; DVA)

などです。

我々は初期には QMC などを使い、斥力 Hubbard 模型で d 波ペアリング相関関数が長距離になることを調べました [66]。DMFT は Mott 転移を記述できるので貴重ですが、平均場近似なのでこれを超える試みは、実空間においては CDMFT、運動量空間においては DCA があります。ただ、既存の方法 (FLEX+DMFT も含めて) が不満である点の一つとして、超伝導と磁性を必ずしも対等 (equal footing) に扱えていないという問題があります。強相関係では複数の量子相が競合、あるいは共存することが多いので、これは重要な点です [67]。

一方、別の重要な不満点として、バーテックス補正 (vertex correction) の問題があります [68]。物理的描像として、FLEX はスピン揺らぎ媒介の超伝導を記述するので、基本的にボゾン交換のダイアグラムだけを考えています。この点では RPA や TPSC も同様です。なので、これを超えたダイアグラム (バーテックス補正) は無視されており、この効果は特に強相関領域で強いことが期待されるので、これを調べるのは必須といえます。バーテックス補正については、高温超伝導のかなり初期の段階から、その理解が望まれていました。SCR(守谷)理論や TPSC では取り入れられていましたが、具体的なファインマン・ダイアグラムの観点からは充分には理解されていませんでした。

この理解により、特に  $T_c$  二桁落の理由に迫れないでしょうか。動的平均場理論 (DMFT) のダイアグラマティックな拡張の一つに、動的バーテックス近似 (Dynamical vertex approximation; DVA) がヘルト (Karsten Held, ウィーン工科大学) のグループにより開発

されています [69] (第 8 図)。そこで、北谷さん等と、DGA を超伝導相に拡張して 2 次元斥力 Hubbard 模型の超伝導を評価し (第 9 図)、バーテックス補正がどのように転移温度に影響するかを調べました [70]。その枠組みをつかって  $T_c$  を支配する主な要因を追跡することにより、多体相互作用において従来専ら扱われてきた粒子散乱の particle-hole チャンネルに加え、particle-particle チャンネルのバーテックス関数の動的な構造 (Matsubara 振動数依存性) が、ペアリング相互作用を通して超伝導に重要な影響 (二桁落ち) をもたらすことが分かりました。これにより  $T_c$  増強へのヒントが得られるだけでなく、概念的にも、高温超伝導の理論が従来はスピン揺らぎ媒介などボソン交換機構にほぼ限定されていたのに対し、DGA を用いればボソン交換を超えた機構が探索できる可能性も示唆されます。

ちなみに、高温超伝導の分野では、いわゆる擬ギャップ (pseudogap) が長年の大きな謎になっていて、いまだに統一見解は無いわけですが、ハバード模型のような多体模型を、平均場を超えて DCA[71], CDMFT[72], DGA[69] のような方法で扱うと、スペクトルにおけるギャップは出てくることはかなり以前から示されていました。これらが実験的な擬ギャップ (その観測方法は多種ある) とどう関連するかは、未だに様々な提案と議論がなされています。

別の話題として、銅酸化物でのペアリング対称性は普通は  $d_{x^2-y^2}$  波を考えますが、別の対称性が混ざる可能性も色々と議論されています。これはドーピングにも敏感なはずで、実際 QMC で見ると、 $d_{xy}$  波が混ざる兆候もバンドフィリングによっては現れます [73]。また、強相関係でのペアリングにおいては、ペアの構成要素は裸の電子ではなく、多体効果の衣をまとった電子となるはずで、これを、具体的に斥力 Hubbard 模型で黒木さん、堀田貴嗣さん (現 都立大)、高田康民さん (物性研) と調べ、correlated pairing と名付けました [74]。もちろん、ペアが 2 電子から成ることに変わりはなく、これは例えば AB 効果の周期が常伝導状態から倍加することでも確認できます [75]。

High- $T_c$  は何故銅酸化物か、という疑問もいまだに完全には理解されていない問題です。遷移金属の d 軌道 (酸素の p 軌道と混成) からなる d バンドが、単一バンド的である方が良いことが示唆され、これが銅酸化物ではほぼ実現していることは触れました。一連の周期律表に対するウィルソン (Wilson) のプロット [76] をみると、周期律表の上で銅と

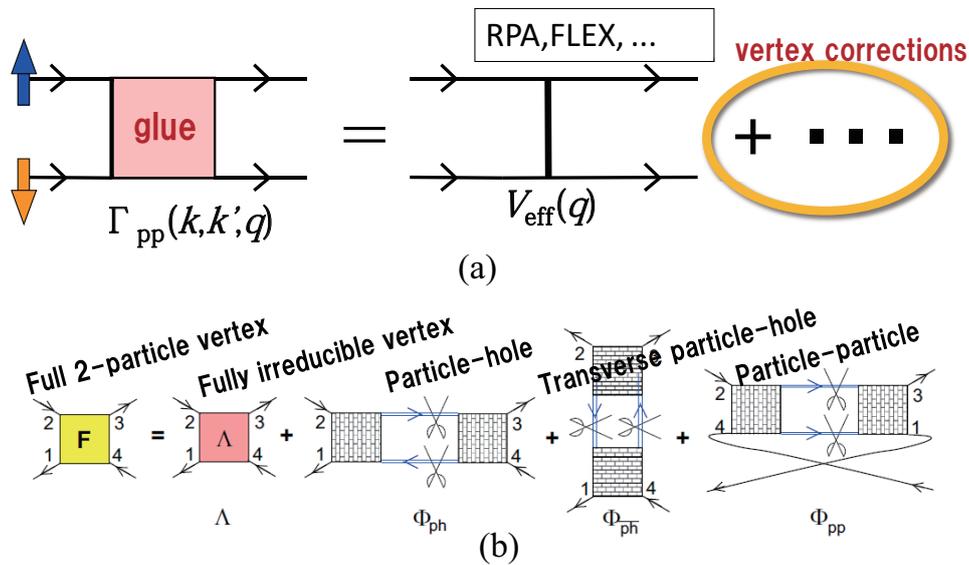


図 8 (a) 超伝導体において電子間相互作用によりペア（青とオレンジの矢）が散乱される過程。 $\Gamma$  は散乱の irreducible vertex、 $V_{eff}$  はボゾン交換による有効相互作用。(b) DGA で取り入れられるダイアグラム [69]。 $F$  は fully reducible two-particle vertex、 $\Lambda$  は fully irreducible vertex、 $\Phi$  はチャンネルに分解した reducible vertex。 $F$  と  $\Gamma$  との関係は文献 [69] を参照。

というのは、d バンドが p バンドにエネルギー的に重なるあたりに位置します。これが何故良いのか（あるいは、必ずしもそうでなくても良いのか）が問題です [77]。非銅化合物については、最近ニッケル化合物 (nickelate) (Nd,Sr)NiO<sub>2</sub> においてファン (Harold Hwang, Stanford) が超伝導を実験的に報告し [78]、その理論も提案され始めている [79] のが注目されます。実験的な  $T_c = 9 - 15$  K はあまり高いとはいえませんが、榊原さん等の理論によれば、これは、cuprate と比べてこの nickelate における斥力相互作用  $U$  が大きく、バンド幅  $W$  が狭いために強相関になり過ぎているためではないかと示唆されています。

また、現在でも常圧下では最高の超伝導転移温度 ( $T_c = 135$  K) を持つのは、銅酸化物のなかでも多層系と呼ばれる、結晶の単位胞に複数の酸化銅面が含まれる系です。そこでは、層と層の間をペアホッピングするという過程（その大きさは、多体相互作用の行列要素で決まる）も存在します。西口和孝さん（現 神戸大）は、この過程は  $T_c$  を上昇させることを示唆しています [80]（第 10 図）。結晶の単位胞に  $n$  枚の CuO<sub>2</sub> 面をもつ多層系銅酸化物超伝導体 (HgBa<sub>2</sub>Ca<sub>n-1</sub>Cu<sub>n</sub>O<sub>2n+2+δ</sub>) では、単位胞中に非等価な CuO<sub>2</sub> 面（3 層系では 2 枚の外側面 (OP) と 1 枚の内側面 (IP)）の区別があり、キャリアドーパ量の違いや、異

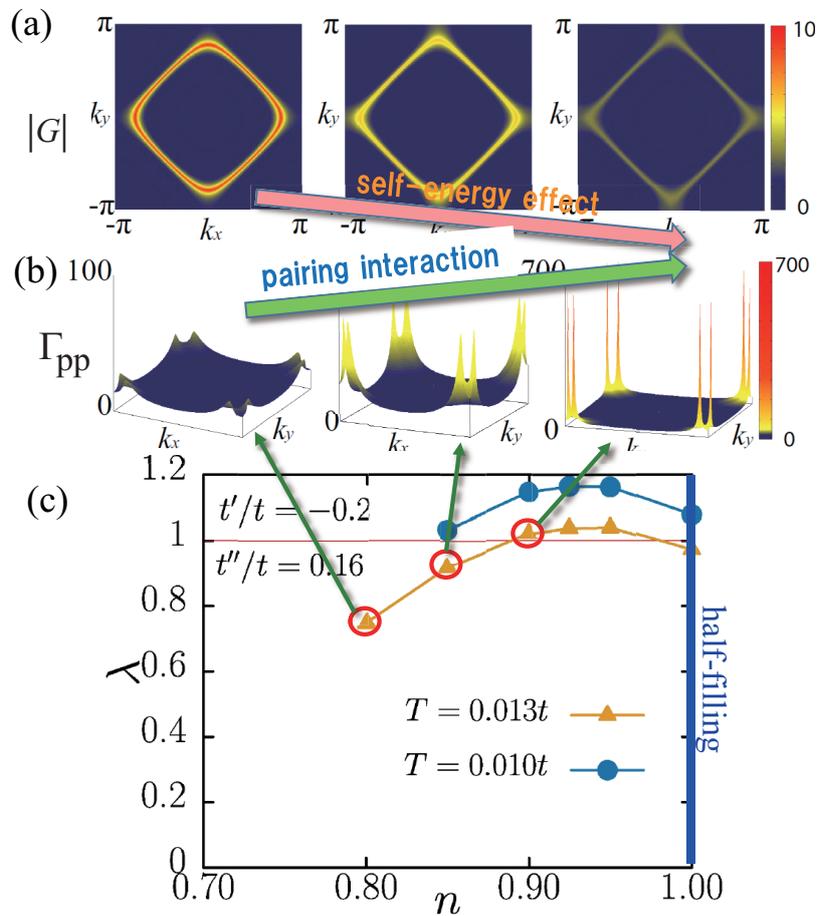


図9 DFTによる (a)  $k$  空間におけるグリーン関数、(b) ペアリング相互作用  $\Gamma$ 、(c) Eliashberg 方程式の固有値  $\lambda$  のバンドフィリング  $n$  依存性 [70]。(a)(b) で左、中、右コラムは各々  $n = 0.775, 0.825, 0.85$  に対する結果。ホッピングは  $\text{HgBa}_2\text{CuO}_{4+\delta}$  に対する  $t' = -0.2t, t'' = 0.16t$  を用いている。

なる  $\text{CuO}_2$  面における超伝導相と反強磁性相の共存や分化が生じていることが核磁気共鳴の実験で示されています。西口さん等と、 $\text{Hg-1223}$  に対する多層 Hubbard 模型を TPSC で解析して超伝導を調べた [81] 結果、電子相関による“自己ドーピング効果”によって OP と IP の間にキャリアの再配分が生じ、OP (IP) で超伝導 (反強磁性) が支配的となることが示唆されました。

別の話題としては、梯子型の結晶構造をもつ相関電子系は面白いことが理論的に予言され、実際銅酸化物に梯子型結晶構造をもつものが調べられています。我々も木村敬さん (現 神奈川大) 等と RG や QMC で色々調べました [82]。梯子は擬 1 次元系なので朝

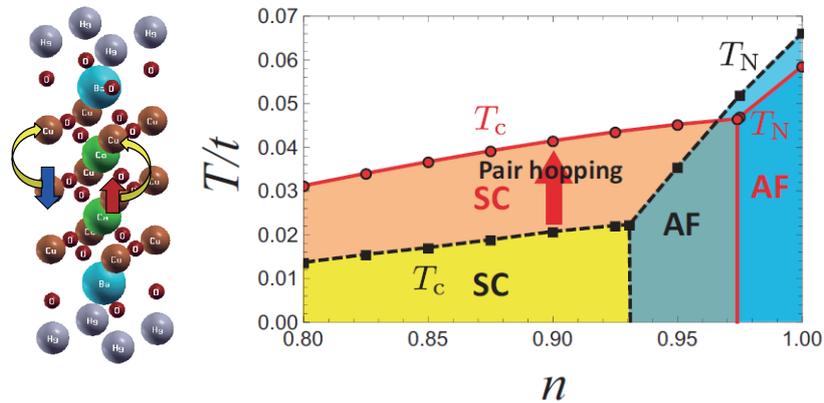


図 10 左：多層系銅酸化物超伝導体における層間ペアホッピングの概念図。右：層間ペアホッピングを考慮しない場合とした場合の  $T_c$  vs  $n$  [80]。

永-Luttinger 理論で解析でき、そこでペア波動関数がボンディングとアンティボンディング・バンドの間で反対符号をもつ場合は“d波”ペアリングとよばれ [83]、その意味で2次元の d 波の萌芽ともいえます。

最も最近の話題としては、Li (Chinese Academy of Sciences)、内田（産総研）等のグループが、新しい銅酸化物  $\text{Ba}_2\text{CuO}_{3+\delta}$  において  $T_c = 70 \text{ K}$  級の超伝導を発見し、2019 年に報告したことです [84]。この物質が注目される新味は、従来は銅酸化物高温超伝導には  $\text{CuO}_2$  面が必須との常識があったのに対し、新たな化合物では面内酸素の数割が欠損しており、銅の原子価も  $2+$  から大幅にずれているので、超伝導機構を初めとして新たな理論解析がチャレンジングな問題となります。黒木さん、永崎洋さん、内田慎一さん等とこれを理論的に調べました [85]。実験では結晶構造が確定していませんので、理論では先ず可能な構造の探索から始め、そこで候補の一つとして、酸素によって結ばれている銅原子が、平坦バンドモデルとしてよく知られた **Lieb** 格子をなす構造を見出しました [第 14 図 (a) 下]。この構造に対し、多軌道 Hubbard 模型を第一原理電子状態計算から構成し、FLEX を用いて超伝導を解析した結果、すぐ次の節で解説する平坦バンド超伝導とも関連して、(a) s 波と d 波の超伝導が拮抗し、(b) そこでは軌道内ペアリングと軌道間ペアリングが共存という奇妙な状況となっており、特に平坦バンドと分散バンドの間で符号反転する  $s_{\pm}$  波超伝導が増強されることが分かりました。面白いのは、La 型銅酸化物  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$  では上で触れたように多軌道性のために  $T_c$  が抑制されているとみられますが、新しい

$\text{Ba}_2\text{CuO}_{3+\delta}$  では (b) で述べたように多軌道性が逆に超伝導を有利化しているという点です。これに基づけば、銅 d 軌道レベルを調整することにより、増強された  $T_c$  をもつ  $s\pm$  波超伝導を実現する可能性もあります。より広いパースペクティブとして、Lieb 模型における超伝導と、通常の La 型銅酸化物 ( $\text{K}_2\text{NiF}_4$  構造) に対する 2 軌道模型や、2 層 Hubbard 模型における超伝導の間に密接な関連があることが分かったのも意外な驚きでした。

### 3.2 バンド構造設計 — 非連結フェルミ面、平坦バンド超伝導

面白い方向の一つと思われるのは、多体効果の発現の仕方はフェルミ面形状に敏感であることを使って設計してはどうだろうか、という視点です。いわば、“多体系におけるバンド・エンジニアリング” という訳で、超伝導でいえば、バンド構造と電子機構による異方的ペアリング超伝導がどう関連しているかという問題になります。与えられたフェルミ面の上での hot spot、Fermi arc といった電子相関効果は活発に議論されてきましたが、普通とは違ったフェルミ面をもつ系を探索してはどうでしょうか。面白そうな方向の一つは、黒木・有田が示したように、非連結フェルミ面（幾つかの面やポケットから成る）をもつ系においては、ギャップ関数の node がフェルミ面との交差を避けることができるので、フェルミ面が単連結の場合の  $T_c \sim 0.01t$  という壁よりかなり高い  $T_c$  を持つことが示唆されます [86]。また、トリプレット超伝導も有利になり得ます。逆に、現実の超伝導体が非連結フェルミ面と関連している可能性には、Co 化合物 [87] や有機金属 (TMTSF 系、ET 系) があります。が、何ととっても、鉄系超伝導がその好例になっていた訳で、これについては下のセクションで触れます。Toy モデルとしては、クラスターが連結された plaquette lattice [88] や、3次元非連結フェルミ面をもつ模型 [56] における超伝導を考えることができます (第 11 図)。

他方、黒木さん等は、分散をもつバンドと狭い（あるいは平坦な）バンドが共存する **narrow-wide band** 系において、フェルミ・エネルギー  $E_F$  を平坦バンドの直上（あるいは直下）にすると、 $T_c$  を増大させることができ、これも  $T_c \sim 0.01t$  の壁を破る一つの方策になることを示しました [89]。平坦バンドは電子相関効果の特異に強める可能性を持っているので、強磁性の観点からは長年調べられてきました [19]。他方、超伝導の観点からは、 $E_F$  を平坦バンド中にセットしてしまうと自己エネルギー補正が強くなり、超伝導を

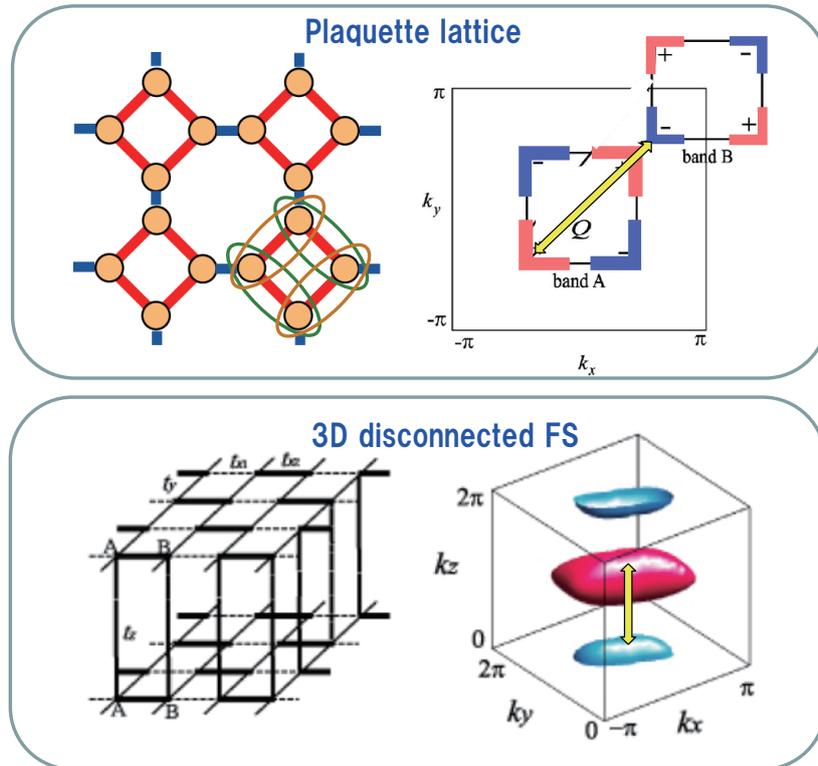


図 11 上：クラスターが連結された plaquette lattice[88]。下：3次元非連結フェルミ面をもつ模型 [56]。左は格子模型、楕円はペアの入り方、右は  $k$  空間でのフェルミ面とネスティング・ベクトル（黄色矢印）。

破壊する方向になります。しかし、 $E_F$  が平坦バンドのエネルギーに近いが距離を保っている場合には、クーパー対が分散バンドと平坦バンドの間を量子力学的な仮想遷移としてペア散乱される過程が増大されます。ペア散乱に関しては、1950-1960年代の昔から、“Suhl-Kondo 機構”と呼ばれるものが提唱されており、超伝導を担うメインバンド（当時としては  $s$  バンド）が別の（例えば  $d$ ）バンドを伴っていると、バンド間のペア散乱を考えると（2次摂動では）常に超伝導を増強する、というものです。平坦バンド超伝導では、この随伴バンドが平坦の場合に当たるといえます。

但し、大事な違いとして、普通の場合はペア散乱は、フェルミ面上の特定の領域（ネスティング・ベクトルで結ばれる領域で、典型的には銅酸化物では antinodal 領域、鉄系超伝導体では電子ポケットと正孔ポケット）の間だけで有効に働きます。一方、平坦バンドが随伴する場合には、分散バンドから平坦バンドへ特定のネスティング・ベクトルは存在せず、むしろ平坦バンドの至る所にペア散乱する（いわばペア散乱チャンネルの束があ

る) ので、この過程が増大されます。 $E_F$  が平坦バンドからずれているので、自己エネルギーの問題もありません。

そういった背景の元で、最も簡単な平坦バンド模型の一つであり、上記の narrow-wide band と関連するダイヤモンド鎖をモデルにして、DMRG の手法で調べました [90]。これは、梯子のような内部自由度のある擬 1 次元系に対する DMRG のエキスパートである、原研 (現在原子力研究開発機構) の町田昌彦グループの小林恵太さん達との共同研究で、その結果は、確かに  $E_F$  が平坦バンドの直下にある場合に、ペア相関関数が長距離の裾をひく (擬 1 次元系なので長距離秩序は不可能なので、これが超伝導の兆候となる) ことが分かりました。面白いのは、平坦バンドと分散バンドの丁度境目に  $E_F$  をセットした場合にはトポロジカル相となり (第 12 図)、この相は、有名なホルデイン (Duncan Haldane) のスピン  $S = 1$  の反強磁性鎖におけるトポロジカル相 [91] と、普遍クラスとして同一のものになります (第 13 図)。したがって、この状態から “ドーブ” したときに、トポロジカル相に隣接した超伝導相が現れる、ということになります。トポロジカル相では量子もつれ (entanglement) が大きいことが知られていて、超伝導にもこれが関与している可能性があります。DMRG では有限な数の量子状態を繰り込むという操作をしますが、ダイヤモンド鎖の DMRG ではエキスパートも驚く程のカットオフ数にしないと収束しないということが実際観察されました。擬 1 次元の Creutz 格子上的ボーズ・ハバード模型では、ペア朝永・Luttinger 液体と Wigner 固体が共存する相が出現することも示唆されます [92]。

バンド・トップが  $E_F$  の直下 (あるいはバンド・ボトムが直上) にある、という状況は、鉄系超伝導においては “incipient” バンドという用語で議論されましたが [93]、概念的には文献 [89] が嚆矢といえます。黒木グループはさらに、様々な擬 1 次元格子において超伝導を評価し、 $E_F$  の平坦バンドからの距離の関数として  $T_c$  が殆ど共通の曲線に乗って増強されることを示しており、2 層 Hubbard 模型でも増強が示されます [94]。平坦バンドが分散バンドの下 (あるいは上) に位置するのではなく、貫通して交叉する模型を 2 次元格子で作ることもでき、バンド間ペア散乱の増強により超伝導に資することが期待されます [95] (第 14 図)。この仕事は、三角樹弘さん (現 秋田大) が学部学生のとときの仕事で、その後彼が素粒子物理 (ゲージ場理論) に行ったために、論文をまとめるのに時間がかかり

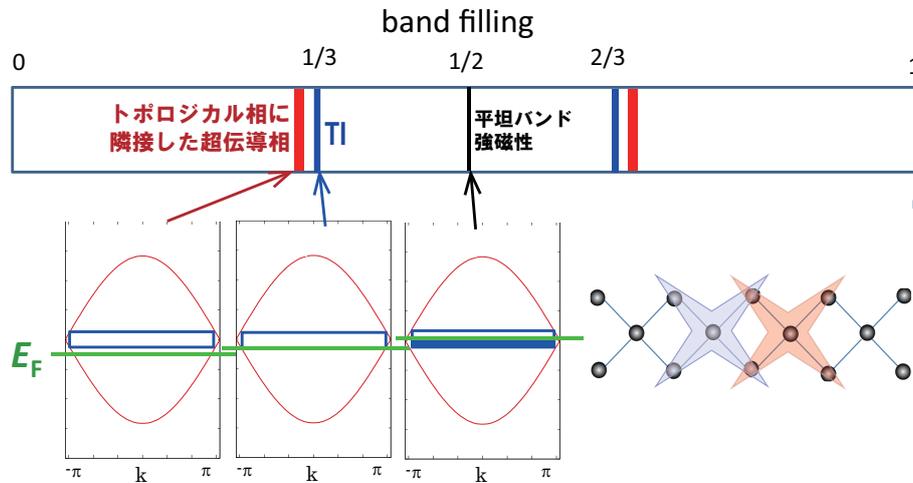


図 12 ダイヤモンド鎖（右下の挿図、色で示されたのは非直交 Wannier 軌道）における、バンドフィリングに対する相図 [90]。TI はトポロジカル絶縁体相。対応するバンドの詰まり方を左下に示す。青は平坦バンド、赤は分散バンド、緑はフェルミ・エネルギー。

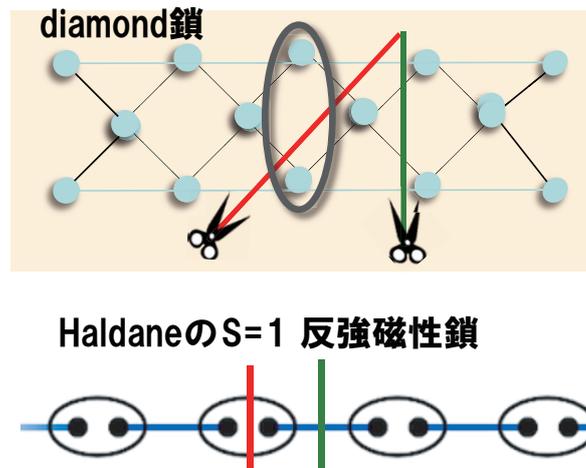


図 13 上：ダイヤモンド鎖のトポロジカル絶縁体相において entanglement entropy や端状態は、鎖をどう切るかに依存する [90]。下：Haldane の反強磁性鎖における対応する切断。

ました)。

以上も含めて通常考えられている平坦バンド模型は多バンド系（平坦バンドと分散バンドが共存）です。しかし、より単純な場合である 1 バンド系において、分散が平坦な部分をもつ部分的平坦バンドの場合には何が起きるのでしょうか。サヤード (Sharareh Sayyad) さん（物性研、現 ネール研）達と、このような模型を考え、FLEX+DMFT 法を用いて斥力

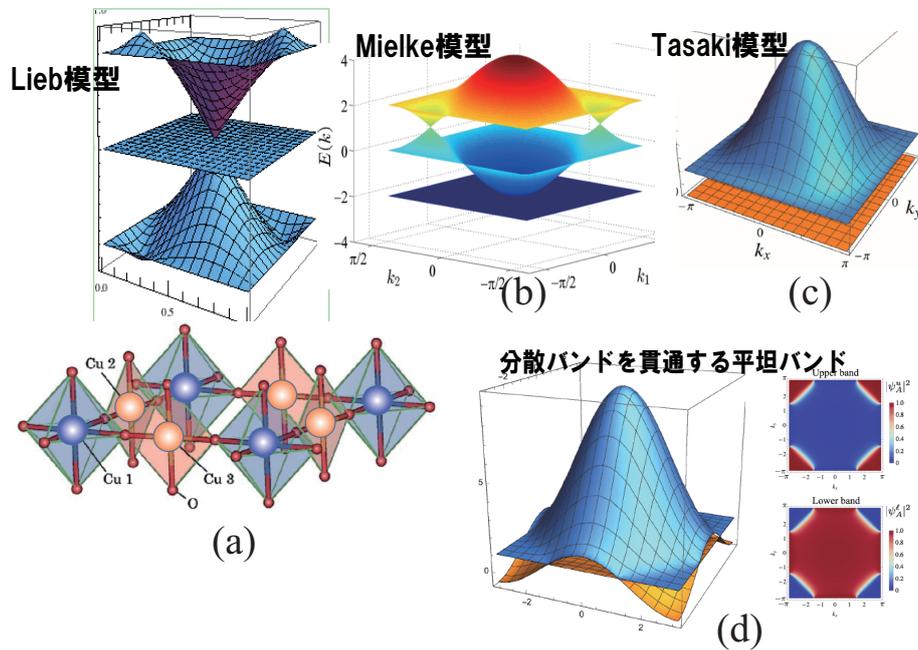


図 14 平坦バンド模型のバンド構造を、Lieb 模型 (a), Mielke 模型 (b), Tasaki(c) 模型に対して示す。(a) の下段は銅酸化物 [85] における提案例。(d) 平坦バンドが分散バンドを貫通する模型 [95]。添図は、平坦バンドを含む二枚のバンドにおいてバンド反転が起きていることを軌道成分 (色) により示す。

Hubbard 相互作用の効果を調べました [96]。すると、バンド・フィリングを変化させるにつれ、 $T_c$  に二重ドームが生じ、これは第 15 図に示したように、バンドの平坦部分に起因して特徴的なスピン構造が現れるために、異なる対称性のペアリングが発生することが二つのドームをもたらします。また、別の部分的平坦バンド模型では、強磁性的スピン揺らぎから反強磁性的スピン揺らぎへのクロスオーバーが生じ、これに伴い、スピン・トリプレット超伝導とシングレット超伝導の間の転移が起きます。平坦バンドの効果は、超伝導ギャップ関数の対称性において、多数のノード (実空間においては拡がったペア) にも現れます。概念的に大事とおもわれるのは、特定のネスティング・ベクトルが無い (強いていえば、その束が存在する) という状況は部分的平坦バンドでも起き、ネスティング描像を超えた機構とおもわれます。第 16 図では、分散バンド vs 平坦バンド  $\otimes$  1 バンド vs 多バンドという場合分けをして、ペア散乱の様子を概念的に比較しました。平坦バンド多体系では非フェルミ液体の振る舞いも発生します。このように、平坦バンド系では電子相関効果が特徴的に現れ、平坦バンド系は超伝導およびトポロジカル系のユニークな物質設計

の舞台になることが期待されます。上で一般的に議論したバーテックス補正については、平坦バンドでこれがどのようなようになるかは面白い将来課題です。

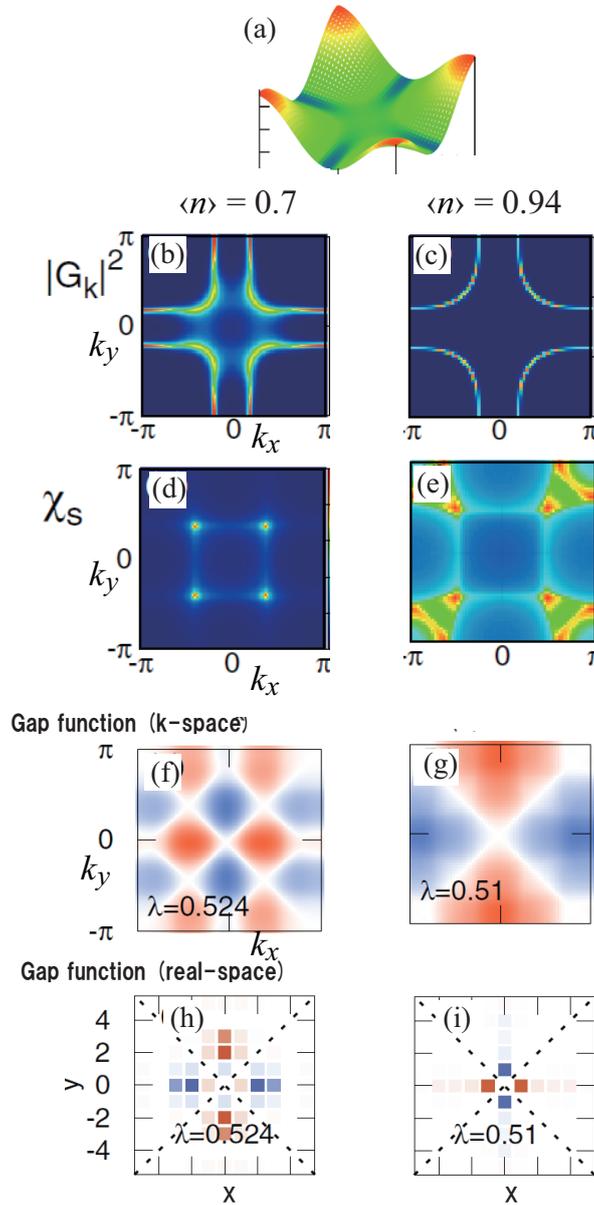


図 15 (a) 部分的に平坦な 1 バンド模型の分散。(b,c) グリーン関数、(d,e) スピン感受率、(f,g) ギャップ関数 (k 空間)、(h,i) ギャップ関数 (実空間) を、バンドフィリング  $n = 0.7$  (左列)、 $n = 0.94$  (右列) に対して示す [96]。(f)-(g) で赤 (青) は正 (負)、 $\lambda$  は Eliashberg 固有値。

平坦バンド上の相関電子系に対する物質設計も考えることができます。現実の物質では、いくつかの候補物質が考えられます。ダイヤモンド鎖は azurite という鉱物 (これ自

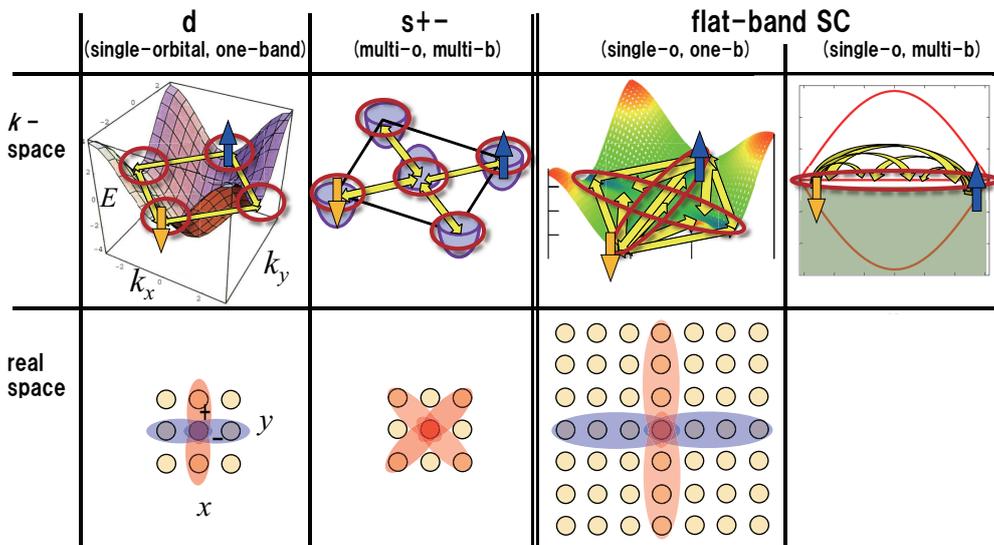


図 16 左コラムから順に、1 軌道・1 バンドの場合、多軌道・多バンドの場合、1 軌道・1 バンド平坦バンド模型、1 軌道・多バンド平坦バンド模型を概念的に比較 [3, 96]。上段は  $k$  空間のバンド構造の上で、オレンジと青の矢はペアの典型的位置、黄色い矢印はネスティング・ベクトル、赤で囲ったのは“hot spots”。下段は実空間、色のついた領域はペア波動関数、赤（青）は正（負）。

身は絶縁磁性体であり、岩絵具名としては群青)の有効模型という話もあります [97]。遷移金属化合物としては、黒木グループの小倉大典さんは、Ruddlesden-Popper 型化合物  $\text{Sr}_3\text{Mo}_2\text{O}_7$ ,  $\text{Sr}_3\text{Cr}_2\text{O}_7$  において、遷移金属の  $d$  軌道の異方性に起因した梯子的な電子状態が隠れており、それに伴い Fermi 準位が狭いバンドの端の直下に位置し、高温超伝導が期待されることを指摘しています [98] (第 17 図)。

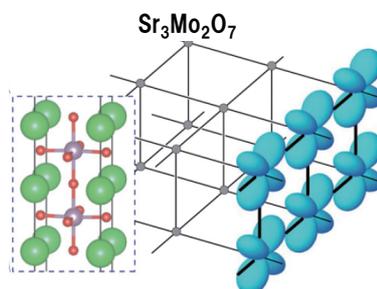


図 17 左: 2 層 Ruddlesden-Popper 型化合物 ( $\text{Sr}_3\text{Mo}_2\text{O}_7$ ) の結晶構造 (TM: 遷移金属)。右: 異方的  $d$  電子軌道 (青、ここでは  $d_{yz}$ ) の並びと、これに起因する梯子構造 [98]。

### 3.3 鉄系超伝導体

鉄系超伝導体に行きましょう [第7図 (b)] )。この超伝導体が発見されたのは2008年です。東工大の細野秀雄さんが発見しました。われわれ物理の人間は、論文はすぐ arXiv に投稿するのですが、化学ではあまりしないようです。そのため細野グループによる論文が JACS に出版されるまで知られていませんでした。久しぶりの高温超伝導の発見、銅以外の元素が主成分で、しかも鉄という、普通は超伝導とは結びつかない元素 [99] という意外性など、わくわくするような面白さをもっていただけです。それで私は黒木さんと、実験が出版された直後に細野さんの所に行って議論を始めました。行けば8時間位議論をしていました。印象的だったのは、細野さんは様々な元素を化合物にしたときの性質を感覚的といえるほど広く把握されていることでした。理論は熾烈な競争になることは目に見えていたので、我々のグループの力を結集して、黒木さんをファーストオーサーに、黒木研の白井秀知さん (現 島根大)、有田さん (理研)、大成誠一郎さん、紺谷浩さん、田仲由喜夫さん (以上名古屋大)、そして私というメンバーです。第一原理電子状態計算により構築した模型から出発して、 $\text{LaO}_{1-x}\text{F}_x\text{FeAs}$  に対する多軌道の電子相関計算をして、超伝導のペ어링対称性まで議論しました。1, 2ヶ月のタイムスケールで注力してまとめた仕事です [12]。銅酸化物高温超伝導や量子ホール効果や非平衡の物理と並んで、私のキャリアでもっとも興奮したテーマの一つです。論文のまとめには、その年の春の日本物理学会の出席中に共同研究者とホテルで会合し、最終版を仕上げ、直ちに *Phys. Rev. Lett.* に投稿しました。マジン (Igor Mazin, Naval), シン (David Singh, Oak Ridge) のグループも数日早く投稿し、後で会ったときに、彼らも APS March meeting に出席中にホテルでまとめあげて投稿したと言っていました。

この超伝導体は、 $T_c$ こそ銅酸化物より低いのですが、多軌道超伝導という面白さをもっています。後に、2016年に私が東大から定年退職したときの記念のシンポジウムで、黒木さんが講演の中で鉄系を解説したときに、この研究の一番初期の状況も含めて触れました。2008年2月19日の深夜に黒木さんが、神原・細野の発見について私に email し、私が直ちに返事して曰く「(酸素原子が八面体的に囲んでいるためとフィリングのために  $e_g$  軌道一個が関与する) 銅酸化物に比べ、鉄系では鉄元素をニクトゲン原子が四面体的に囲

んでいるので、 $e_g$  だけでなく  $t_{2g}$  軌道も関与するのではないか」という返事を送りました。実際その後の研究で、複数軌道が本質的であることが分かる訳です。鉄系の面白さは、多軌道性が複雑さをもたらすと同時に、多彩な物理をもたらすところだとも思います。最近では、多軌道から来る多バンド性のために、鉄系がトポロジカルになる可能性も検討されています

Cuprate は (ほぼ) 1 軌道・1 バンド系であり、モット絶縁体にドーブした状況で超伝導となります。それに対して鉄系は多軌道・多バンド系で、かつ電子相互作用も中間相関で、母物質も金属です。多バンド系であることに対応してフェルミ面も複数あります。(多軌道系と多バンド系は区別する必要があります。多軌道系というのは、複数の原子軌道や分子軌道が電子構造に関与する場合で、当然多バンド系となります。これとは別に、1 軌道系であっても、結晶構造のために (典型的に、単位胞に複数の原子がある非 Bravais 格子のために) 多バンド系となり得ます。)

鉄系超伝導体で、第一原理電子状態計算から出発してバンド構造を求めると、フェルミ面は複数のポケット (鉄系は層状物質なので、3次元  $k$  空間では複数のシリンダー状) から成ることが分かります。すると、ポケットとポケットの間がペア散乱のチャンネルとなり、そのために、それぞれのポケットはフルギャップが開くがポケットとポケットの間では符号が反転、という巧妙なペアリングになっているというのが我々の結論です。これが、その後「 $s_{\pm}$  pairing」と呼ばれるペアリングです。上記の、非連結フェルミ面の好例といってよいでしょう [100]。  $s_{\pm}$  であることは、位相敏感な実験方法、例えば Fourier-transform STM で検証されています。また、藤森淳研のマレーブ (Walid Malaeb) さん等と、鉄系化合物の電子構造を、光電子分光の実験と電子状態計算を組み合わせることにより解析して、質量繰り込み因子が約 2 という値をとることも示されました [101]。

鉄系超伝導体における各層は鉄とニクトゲンから成る四面体の連結なので、電子が鉄から鉄に跳ぶときにニクトゲンを経由します。このため、ニクトゲンの鉄面からの高さが重要となります。この高さは物質 (鉄の砒化物なのか燐化物なのか等) に依るので、これが鉄系超伝導体の中での物質依存性の一要因を与えます。ニクトゲンが低い物質では  $s_{\pm}$  でないペアリング (ノードをもつ  $s$  あるいは  $d$  波) になり得ます。そういった論文 [13] を黒木さん等と書いたところ、Editor's suggestion に選ばれ、そのヘッドラインは “Height

matters”です。別の話題としては、2015年には梯子型結晶構造をもつ鉄系超伝導体も発見され [102]、異なるカテゴリーの超伝導体の間にも構造などで似た点があるようです。

鉄系超伝導発見の2008年から7年たった2015年には、そろそろ鉄系超伝導のレビューをしてもいいのではないかとということで、イギリス物理学会誌の *Physics World* に細野さんと一緒に、“A superconducting surprise comes of age”（驚きも年功を得た）というタイトルで鉄系超伝導のレビューをしました [103]（第18図）。ちなみに、2009年には、東大総合博物館で「鉄 — 137億年の宇宙誌」という展覧会が開かれ [104]、企画の宮本英昭さんに依頼され、鉄系超伝導もディスプレイしたのですが、展示は多岐に亘り、宇宙の中の元素合成における鉄から始まり、地球の形成、生命と鉄、人類と鉄、などで、現在の話題としては鉄系超伝導や化学の中村栄一さんによる鉄触媒、といった展開でした。



図18 *Physics World* 誌の鉄系超伝導 review[103]。

### 3.4 軽元素の関与する超伝導

遷移金属に対して、軽元素の関与する超伝導体として、典型例にフラレンがあります [第7図 (c)]。この系の特徴は、電子エネルギー、フォノン・エネルギー、電子相関エネルギーという3種類のエネルギーが全部同程度の大きさをもっていることです。ですから何か小さいという極限（例えば、フォノン・エネルギーの方が電子エネルギーより充分小さいという断熱近似や、逆の antiadiabatic 近似）を取ることができません。模型として

は、電子相関と電子・フォノン相互作用の両方を取り入れた Holstein-Hubbard 模型等を真面目に解く必要が出てきます。これを 1 次元の場合に DMRG で調べたのが手塚真樹さん（現京大）の仕事です [105]（第 19 図 (a)）。電子相関は考えずに、電子・フォノン相互作用だけを入れた Holstein 模型でも自明ではありません。村上雄太さん（現在東工大）が示したように、そのような一見単純な電子格子系でも、相図は結構複雑で、超伝導相、電荷秩序相、そして両者の間には超伝導と電荷秩序が共存する相（いわば超固体 (supersolid)）が存在することが分かりました [106]（第 19 図 (b)）。超伝導と超固体の相境界は  $T = 0$  では量子臨界点 (quantum critical point) となります。これら量子臨界点や超固体などは、BCS-BEC クロスオーバー領域で起きます。

軽元素超伝導体としては、連載第一回で触れた水素化物がありますが [107]、今のところ従来型超伝導とされています。

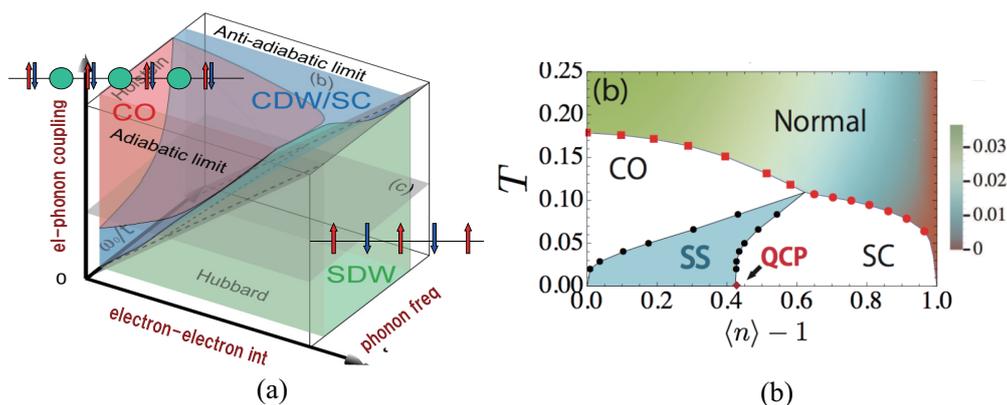


図 19 (a) Holstein-Hubbard 模型における、電子間相互作用、電子・フォノン相互作用、フォノン振動数のパラメータ空間に対する相図 [105]。(b) Holstein 模型における、温度とバンドフィリングに対する相図 [106]。常伝導相 (Normal) における色は電気伝導度を表す。SC は超伝導、CO は電荷秩序、SS は超固体、QCP は量子臨界点。

それでは、第二回はここまでとして、次回以降は、第三回は電子相関とトポロジカル系、第四回は非平衡、という構成にする予定です。

連載（その3）（「固体物理」56, 153 (2021) 出版）

## 4 電子相関 — 金属強磁性、平坦バンド強磁性

それでは連載第三回目の今回は、先ず電子相関における中心の一つである磁性についての話題から始めましょう。高温超伝導体では反強磁性が問題になりますが（母物質の磁性として、また超伝導のペアリング相互作用媒介として）、そもそも磁性における最大の問題の一つに強磁性があります。特に鉄、コバルト、ニッケルはいわゆる**遍歴強磁性体**（金属強磁性体）で、絶縁磁性体とは随分違いますし、その発現機構も（平均場を超えようとする）非常に非自明です。もしかすると、強磁性の問題は超伝導に匹敵する難問といえるかもしれません。（ただし、強磁性転移温度は室温のものがいくらかでもあるのに対し、超伝導転移温度はそういう訳に行かない。）ちなみに、ストーナー因子などで有名な**ストーナー (Edmund Stoner)** は、彼の教科書 [108] の序において、「永久磁石の問題は、摩擦電気などとともに、満足ゆく説明を最も長期間撥ねつけてきた問題の一つで、歴史的にはミレトスのターレス (Thales, 630-550 B.C.) が磁石間には引力が働くことを知っていた」、という格調高い叙述で始めています。

金属強磁性の代表の一つであるニッケル単体がなぜ磁石になるかというのも長年の謎でした。一般的に遷移金属のような多バンド系では、**フント (Hund)** の交換項や **pair-hopping** 項が存在するので、これが磁性やペアリングを支配する可能性があります。金属強磁性については、その起源が結晶構造（ニッケル単体の場合は fcc）に由来するのか、あるいは複数の **d** 軌道の存在のためなのかという点が懸案でした。これに対し、酒井志朗さん（現理研）が **Held** との共同研究で、多軌道 **QMC**[109] や多軌道 **DMFT**[110] を定式化し、これらを用いて遍歴強磁性の問題を調べました。酒井さんの結論は、結晶構造と複数の原子軌道の存在の両方が重要だということです（図 20）。

多軌道系の場合は、超伝導におけるクーパーペアの対称性は **real space**  $\otimes$  **spin**  $\otimes$  **orbital**  $\otimes$  **frequency** の全体で決まります。多軌道 **DMFT** で調べると、例えば実空間でパリティ対称のペアでも、**スピン・トリプレット**  $\otimes$  **軌道・シングレット** というものが可能となります [111]。さらに振動数軸上の対称性まで議論すると、普通は振動数の符号を反転してもペア波動関数は不変 (**even**) ですが、可能性としては符号反転する (**odd-frequency**) ペア

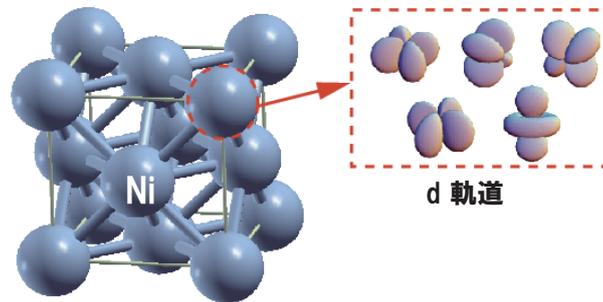


図 20 ニッケル単体の結晶構造 (fcc) と、d 軌道 (右上)。

も考えることができ、長年多くの興味を持たれています [112]。例えば、スピン・シングレット ⊗ 軌道・シングレット ⊗ odd-frequency という組み合わせが可能で、多軌道 DMFT においても或るパラメータ領域ではこれが生じ得ます。

他方、格子構造エンジニアリングとしては、平坦バンド強磁性という面白いモデルがあります。つまり、結晶構造によっては分散のないバンドが一体のバンド構造に存在します。そこに電子相関を入れると強磁性をもたらすことが、1980 年代の Lieb の仕事に始まり、ミールケ (Andreas Mielke, Heidelberg) の模型、および田崎晴明さん (学習院) の模型が提案されました [113]。この平坦バンド強磁性が著しいのは、強磁性が厳密に示せるだけでなく、電子間斥力相互作用  $U$  が無限小から無限大の全域に亘って強磁性が発現することです。直感的には、草部浩一さん (現 阪大) が修士論文で示したように、一種の「 $k$  空間での Hund 結合」という見方ができます [114]。この強磁性状態は、斥力相互作用の全域で堅固なスピン・スティフネス (安定性) をもつことも、多バンドの解析により分かります [115]。平坦バンド強磁性には私は Lieb の論文を見たときから興味をそそられ、草部さんと強磁性の教科書 [19] を書いたときも、一つの章で解説しました。平坦バンドの構成法について最近では、初貝・丸山が、クラスター上の分子軌道の観点から定式化しています [116]。

ちなみに、1971 年にアモルファス半導体の文脈で導入された Weaire-Thorpe 模型が数学的には平坦バンド模型 (アモルファス・シリコンの電子構造と直接の関係はないが) になっており、フラトキン (Eduardo Frakdin) 達が、場の理論における Nielsen-二宮定理の

観点から議論しており [117]、これは初貝・丸山理論とも関連します。Weaire-Thorpe のアイデアはシリセン（グラフェンの Si 版）にも応用できます [118]。

この平坦バンド強磁性に対し、色々物質設計も試みました。例えば、五員環の有機ポリマー polyaminotriazole が候補になることを、有田さん、諏訪雄二さん（日立基礎研）等と提案し [119]（図 21(a)）、これに関しては、東大の化学科の西原寛さんとも多くの議論をいただきました。強磁性の観測には至りませんでした。関連物質の合成はされています [120]（図 21(b)）。この仕事、さらに界面における現象について、1990 年代には小間篤先生（東大化学）代表の科研費特別推進研究「ファンデルワールス人工物質における新物性の探索とその応用」[121]、より新しくは斉木幸一朗さん（東大新領域）代表の学術創成「高度界面制御有機・無機複合構造による量子物性の発現と応用」(2002-2006) での化学者との交流も貴重なものでした [122]。特に、界面系は物質設計の舞台の一つともなります。ちなみに、有機物は意外と強相関になり得ます。フラレン<sup>\*2</sup>についても、東大化学科の中村栄一さんがフラレンに官能基を付けた「シャトルコック」と名付けられた分子を合成したときに、その結晶について電子状態計算を中村さん達と共同研究をしました [123]。

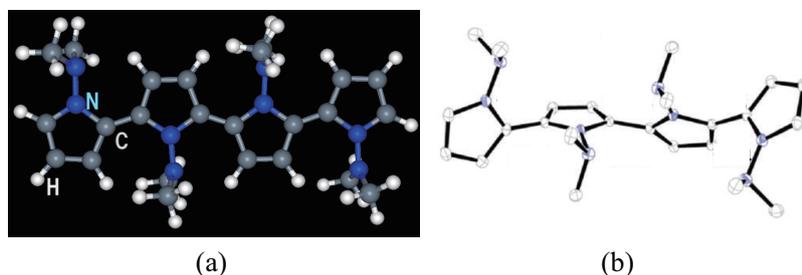


図 21 (a) 理論的に提案された 5 員環鎖からなる polyazole [119]。 (b) 化学合成された関連化合物 [120]。

## 5 トポロジカル系 — 量子ホール効果

### 5.1 整数量子ホール効果

それでは、次にトポロジカル系に行きましょう。歴史的に最初のトポロジカル系は、量子ホール効果 (quantum Hall effect) [124] です。これは 2 次元電子系に強い外部磁場をか

<sup>\*2</sup> 化学者は、フラレン（炭化水素ではない）を有機物とは呼ばないようである。

けたときに起きる現象です (図 22)。線形応答理論 (久保公式) で 2 次元系のホール伝導度を計算すると、(波動関数に関する) Berry の曲率を全面にわたって積分した量という形になり、ガウス・ボネ (Gauss-Bonnet) 定理 (曲率を全曲面で積分すれば整数) と似た微分幾何が起きてホール伝導度はトポロジカル数になる、というのが Thouless, Kohmoto, Nightingale, den Nijs の有名な TKNN 公式 (1982) です。いうまでもなく 2016 年にトポロジカル系の物理に対してノーベル賞が授与されたのは記憶に新しいところです。

量子ホール効果について詳細は然るべき文献 [125] に譲り、ここではその理論の流れを概観したいとおもいます。連載 (その 1) で触れたように、1970 年代の終わりから 1980 年にかけて安藤さんが量子ホール系の電子構造、そして輸送現象の理論を構築されていました。私は、博士論文 (1978 年) [126] のテーマとして、不規則性をもつ 2 次元電子系の磁場中での電子構造を調べました [127]。当時の 2 次元電子系は主に Si MOSFET で、そこにおける 2 次元電子系は半導体 (Si) と絶縁体 ( $\text{SiO}_2$ ) の界面に存在するので、界面の凹凸などの不規則性が大きく、典型的な不規則系です (その後はもちろん GaAs/AlGaAs が主役となりました)。不規則性の問題は、1970 年代前半あたりでは、現実の半導体を考えるときに考慮せざるを得ない、いわば厄介者という印象があったのが、後半では、局在問題という、物性物理で第一級の面白さをもつ物理という捉え方にかわってきました。アンダーソン (Philip Anderson)[128] が局在の論文を書いたのは 1950 年代ですが、面白さが認識されるのに、これだけの時間がかかった訳です。私も不規則性の物理には惹かれました。規則系の固体物理は、いうなれば、ブロッホ定理を理解してしまえばバンド構造の問題となり、ことさら特殊なことはないといえます (その後の時代の、トポロジカル系の物理が生じるまでは)。それに対して、不規則系では電子構造がどうなるか分からないという面白さがあるわけです。

2 次元電子系に強磁場 [129] をかけるとランダウ量子化がおき、2 次元系に特徴的なこととして、ランダウ準位は (不規則性の無い場合は) 離散的な線スペクトルとなります。不規則性があるとランダウ準位は幅をもち、ランダウ・バンドと呼ばれます。ここに属する波動関数はどうなっているのでしょうか。磁場が無い、普通の不規則系については、当時の 1970 年代終盤に局在理論が成立しつつありました。一方磁場がある場合は、規則系ではランダウの波動関数という特別なものになるので、不規則性はどのような効果をもたら

すか、という問題となります。これを調べる際に、不規則性がゼロの極限ではランダウ準位というデルタ函数的な状態密度となるので、不規則性の効果を取り入れるには注意が必要です。安藤さんは、これに対処するために SCBA (self-consistent Born approximation) を使い、輸送の性質も含めて定式化しました。特に、安藤・松本・植村の 1975 年の記念碑的な論文 [131] で、不純物バンドがあるときに、ホール伝導度に特異な量子化があることが示されていました。

局在に関しては、量子ホール系で問題を特に面白くしているのは、磁場中では運動量  $\mathbf{p}$  は、 $\mathbf{p} - e\mathbf{A}(\mathbf{r})$  となり、ベクトル・ポテンシャル  $\mathbf{A}$  を通して運動量  $\mathbf{p}$  と座標  $\mathbf{r}$  が混じり合うこととなります。その一つの帰結として、磁場中でのランダウの波動関数を特徴付ける、(対応原理的には) サイクロトロン運動の中心  $(X, Y)$  と、それからの相対座標  $(x, y)$  において、 $X, Y$  はもはや交換しない (不確定な) 量となります ( $x, y$  についても同様)。場の理論的にいえば、「非可換空間 (non-commutative space)」です。このときに特徴的なのは、普通は実空間での散乱が局在をもたらすのに対し、磁場中では不規則性が電子の飛び移りと局在の両方に関与する、という二面性をもつこととなります [130]。

私が von Klitzing の量子ホール効果の実験を初めて知ったのは、1970 年代の終わり頃に、植村先生が研究室に来られて、「von Klitzing さんが Sommerfeld constant というのを精密測定した、というのですが、何でしょうかね」と言われたときです。Sommerfeld constant というのは、普通は微細構造定数 (fine-structure constant) と呼ばれる、物理で最も基本的な結合定数の一つ  $\alpha \equiv e^2/\hbar c \approx 1/137$  のことですが、Sommerfeld が 1916 年に Bohr の原子模型を楕円軌道も含めて相対論的に扱って水素原子レベルの微細構造を得たときに現れる量 [132] なので、ドイツではこのように呼ばれることがあります。量子ホール効果 ( $\sigma_{xy} = \text{整数} \times e^2/h$ ) での大きな謎は、不規則性の程度に大きく依存しそうなホール伝導度が、何故基本定数で量子化されているか、つまり、局在で電場方向の伝導度が抑えられるなら、何故ホール伝導度も減らないのか、というパラドックスです。そこで安藤さんと、局在が存在するときのホール伝導について考え、そこでは線形応答理論が出発点でした [15]。電気伝導度  $\sigma$  は一般に電流-電流相関関数で与えられますが、磁場中ではサイクロトロン運動の力学変数  $((X, Y), (x, y))$  で記述でき、久保・三宅・橋爪が相関関数の公式を与えていました。ここにおいて状態の局在を考えると、次のようなことが示せま

す。まず、(i) 状態が局在しているエネルギー領域では、ホール伝導度  $\sigma_{xy}$  は2次元電子密度の関数として絶対零度では厳密に平坦となり、 $\sigma_{xy}$  が平坦（プラトー）となる領域があるという実験結果が局在により説明されます。さらに、(ii) もし全状態が局在していれば  $\sigma_{xy}$  は恒等的にゼロとなるので、逆に  $\sigma_{xy}$  が恒等的にはゼロでないならば全状態局在ではないことになります。この一見自明な定理が重要なのは、量子ホール効果と同じ頃提案された局在のスケーリング理論が、「(磁場が無い普通の) 2次元不規則系では、不規則性がどんなに小さくても全状態は局在する」という定理を保証するからです。磁場はこの普遍クラスを変える訳です。さらに、磁場が充分強い極限では  $E_F$  が隣合うランダウ準位の間で局在領域にあれば  $\sigma_{xy} = -Ne^2/h$  ( $N$  は整数) であることも示せます。結局、量子ホール効果のプラトーに関しては、不規則性が邪魔どころか、逆に不可欠という訳です (図 22)。この理論は、ラフリン (Robert Laughlin) の gauge argument による有名な理論と並んで、量子ホール効果の最初の理論の一つとなりました。論文をまとめたのは、丁度私がキャヴェンディッシュ研究所に行った頃です [133]。

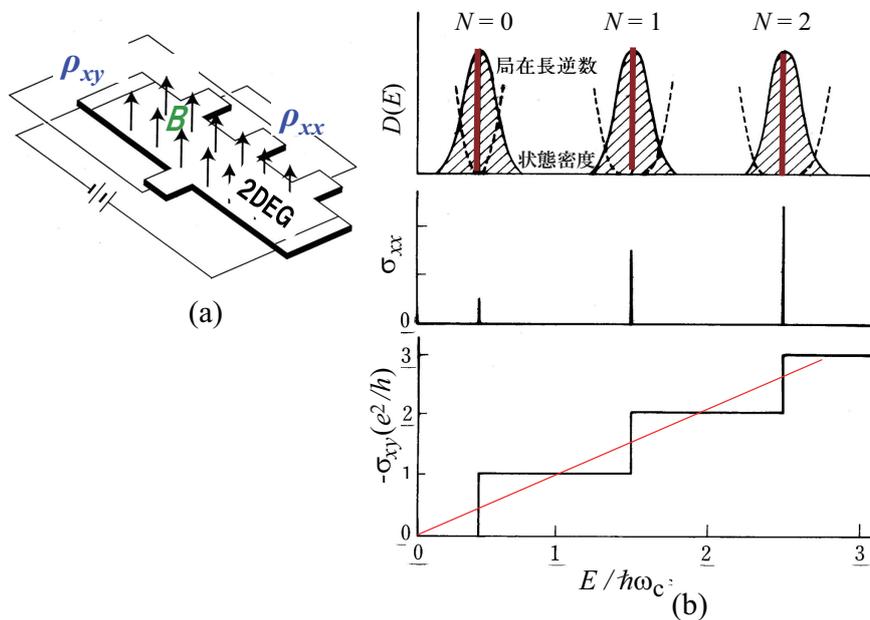


図 22 (a) 量子ホール系 [強磁場中 2次元電子系 (2DEG)]。  $\rho_{xy}$  はホール抵抗、  $\rho_{xx}$  は縦抵抗。(b) 不規則量子ホール系における電子の状態密度  $D(E)$  (ハッチした部分は局在状態のエネルギー領域、赤は非局在エネルギー)、縦伝導度  $\sigma_{xx}$ 、ホール伝導度  $\sigma_{xy}$  (赤い直線は古典的ホール伝導度) をエネルギーに対して概念的にプロット。 $N$  はランダウ指数、 $\omega_c$  はサイクロトロン周波数。

量子ホール系の局在問題では、非局在状態はエネルギー軸上の一点だけで存在、という特異なことになります [134]。量子ホール系は場の理論的には、プリスケン (Ad Pruisken) が行ったように、非線形  $\sigma$  模型で解析することもできます。この非局在状態点において波動関数をみると、フラクタル (詳しくはマルチフラクタル) になっており [135]、統計力学における相転移点での状態を思い出させます。トポロジカル数については、TKNN はクリーンな周期系に対しての結果ですが、現実の不規則系の場合も、トポロジカル数の分布を考えることができます [136, 137]。また、AB 効果を議論することもできます [138]。不規則性があるときのトポロジカル不変量については、その後 Niu-Thouless-Wu が理論を出しており [139]、多体相互作用があるときも扱われています [140]。Quian Niu には、2019 年に NIMS で行われたトポロジカル系の国際会議 (組織委員長は胡曉さん) で再会しましたが、彼はこの会議での public lecture で Thouless について当時の雰囲気伝えていました。

一般に、或る系がトポロジカルであっても、それを観測するのは必ずしも容易ではありませんが、量子ホール効果の場合は、ホール効果という直接観測できる量が指標となるので非常に明解な訳です。ホール伝導度が (普通の伝導度と異なり)、フェルミ面近傍だけで決まるのではなく、フェルミ・エネルギー以下の全状態が関与して決まる量 (つまり、バンド全体で決まる Chern 数) であるのが象徴的です。量子ホール系をはじめとしてトポロジカル系においては、初貝安弘さん (現 筑波大) 等が示した [141] ように、バルクの性質と端状態 (edge states) が綺麗に一対一対応します (bulk-edge correspondence と呼ばれ、これがトポロジカル系の定義の一つといっても良い)。このためにバルク、エッジどちらでも等しい量子ホール伝導度となります [142]。一般に、対称性があれば保存則 (数学的には Noether の定理)、というのが統計力学や固体物理のパラダイムで、自発的な対称性の破れの基礎ともなりますが、トポロジカル系の発見により、新たな概念が加わったこととなります。別の言葉でいえば、対称性と保存則が群論的な概念であったのに対し、位相幾何学的な概念が与えられた訳です。

本連載の超伝導のセクションとの関連でいえば、最近の大きな興味はトポロジカル超伝導で、これは、相当昔から様々なコンテキストで (液体ヘリウムの超流動を含めて) 議論されてきました [143]。最近では鉄系超伝導体 (FeSe 系) について議論されています [144]。

さらに最近では、2層グラフェンにおいてトポロジカル超伝導が起きているという提案があります [145]。また、本連載で解説した平坦バンドとの関連でいえば、平坦バンド模型に磁場をかけると、特徴的なランダウ量子化が起き、Lieb 模型では平坦バンドは磁場をかけても平坦なままであり、一方 Mielke 模型や Tasaki 模型では平坦バンドはランダウ準位（というか Hofstadter 蝶と呼ばれるフラクタルなスペクトル）に分裂します [146]。

一方数値的には、量子ホール伝導度（整数  $\times e^2/h$ ）はトポロジカル数であるために非常に精密かつロバストなので、微細構造定数  $\alpha \equiv e^2/hc$  を量子ホール効果を用いて精密決定することができます（図 23(a)）。具体的には、量子ホール抵抗から得られる von Klitzing 定数  $R_K \equiv h/e^2 \approx 25812 \Omega$  と、1983 年から SI 単位系では定義された定数である光速  $c$  を使って  $\alpha$  が得られます。さらに、Josephson 定数  $2e/h$  と組み合わせると、プランク定数  $h$  の値を求めることができます（図 23(b)）。実際、これが現在最も精密なプランク定数の決定の一つになっています [147]。記憶に新しいところでは、2019 年には物理量の SI 単位系が改まり、重さ (kg) の標準が、キログラム原器という人工物から、量子ホール効果における von Klitzing 定数も含んだ解析的な式を通してプランク定数から定義し直され、2019 年 5 月に発効しました [148]（図 23(c)）。

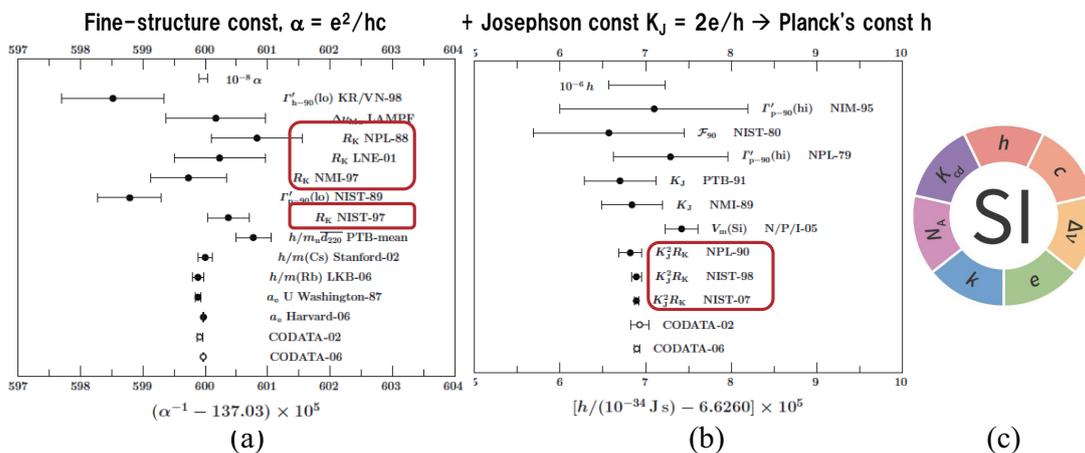


図 23 微細構造定数  $\alpha$  (a)、プランク定数  $h$  (b) に対する CODATA[147]。赤で囲んだ項目は von Klitzing 定数  $R_K$  によるもの。(c) 国際単位系 (SI) が改まった 2019 年を表した BIPM(国際度量衡局) のロゴ。

ちなみに、1980 年代には、“Foundations of quantum mechanics in the light of new technology”という国際シンポジウムが日立中央研究所（東京）で行われました [149]。ヤン

(Chen Ning Yang) やアハロノフ (Yakir Aharonov) が冒頭講演で Aharonov-Bohm 効果の話、外村彰さんが電子線ホログラフィーによる AB 効果の実証実験の話をしました。あと、レゲット (Anthony Leggett) が巨視的系における重ね合わせの原理、アスペ (Alain Aspect) が Einstein-Podolsky-Rosen(EPR) パラドックスの光学実験検証の話をするなど、量子力学の基礎に関する講演が聴き応えあるものでした。セッションの一つは量子ホール効果に充てられ、川路伸治氏が整数量子ホール効果の実験の話、また甲元真人さんや私が理論の話、木下東一郎さんが微細構造定数の精密決定の実験（量子ホール効果における von Klitzing 定数によるものを含む）と理論（量子電気力学 (QED) の高次展開）の比較の話をしました。この時期は TKNN から既に数年経っていましたが、量子ホール効果がトポロジカル効果であることが認識され始めた時期に当たります。また、会議録には、最近では珍しいことに、講演の後の質疑応答も記録されており、これも面白いものです。この国際シンポジウムは 1986 年にも二回目が開催されました [150]。また 1986,87 年には、基礎物理学研で「素粒子論と物性論におけるトポロジーに関連する諸現象」研究会が行われるなど、トポロジーを通じた場の理論との関連も興味が上昇していました。

## 5.2 分数量子ホール効果

実験的に、整数量子ホール効果の数年後の 1982 年に分数量子ホール効果 (fractional quantum Hall effect) が、SiMOSFET よりきれいな GaAs/AlGaAs 系において発見されます。理論的には、量子ホール系において電子間の多体相互作用を取り入れると、分数量子ホール効果を理解することができます。これを最初に指摘し、有名なラフリン波動関数を与えたのがラフリンです。分数量子ホール効果の物理は、分数量子化や分数統計粒子 (anyon)[151] など、概念的にも面白い発展をとげました。

量子ホール効果（整数および分数）について特に面白いのは、これは 2 次元空間で起きる現象ということです（後述のように、3 次元でも条件によっては可能ですが）。3 次元の物理を一つ低次元にして 2 次元にすると、事態は単純化するかということ、意外にも必ずしもそうではなく、2 次元でなければ起きない現象がある訳です。空間 1 次元系は量子効果が（バルクとしては）最大の次元であり、逆の無限次元系は平均場が厳密に成り立つ極限で、その中間の次元は中途半端で面白くないかということ、とんでもない話で、特に 2 次

元はおいしい次元といえます。上で、1980年頃に局在のスケーリング理論が出たことに触れましたが、この理論でも、2次元は特別な次元（局在についての臨界次元）となっています。TKNNによりトポロジカルに定式化された量子ホール効果でも2次元の特殊性を舞台にします。トポロジーといえば、数学の方に脱線すると、ポアンカレ予想（いまや定理）というトポロジーに関する大難問が長年あり、Grigori Perelmanにより2002-2003年に解決された訳ですが、この問題でも、トポロジーにおいて低次元や高次元は簡単に分かるのに、中途半端な次元（この場合は3次元）の扱いが最もやっかいであったことが思い出されます [152]。

量子力学に戻ると、特に2次元空間では anyon が許されます。数学的には、空間次元  $d$  において  $n$  個の同種粒子の集合に対して、その実空間  $\mathbf{R}$  でのマニフォールド  $(\mathbf{R}^d \otimes \mathbf{R}^d, \dots)$  から、どれか2粒子の位置が一致するものを削除した空間の構造は、1次元系では非連結、つまりフェルミオンもボゾンも区別されない、3次元では単連結で、対称群は置換群 (permutation group) となり、それで分類するとフェルミオンとボゾンが存在するというのは量子力学のフォック空間についての講義で習う通りです。ところが、2次元ではこの空間は多重連結であり、対称群は組み紐群 (braid group) となり、anyon（現在の言葉でいうと可換 anyon）が存在可能となる訳です。別の言葉で言うと、平面にいる犬が杭の周りを何回周ったかという、巻き付き数 (winding number) をカウントすることができます。これは2次元の特殊性です。

さらにここに磁場をかけると、上でも触れたように、 $x$ 座標と $y$ 座標が不確定になる非可換空間になり、そこで多体効果を考えるとどうなるかという問題となり、これが分数量子ホール系がいろいろ奇妙な性質をもつ原因といえます。有効理論としては、トポロジカル項を持つ Chern-Simons ゲージ場理論となります。分数量子ホール効果を扱う一つの理論形式に、複合粒子 (composite particle) 描像があります [19, 153]。これは、ジェイン (Jainendra Jain) や Halperin-Lee-Read 等により構築された理論で、量子ホール系では電子系に一樣磁場をかけるわけですが、思考実験として一樣磁場を磁束量子に束ねて電子に貼り付け、これを複合粒子と呼びます。このような複合粒子描像が、磁場中での強相関問題を扱う一つの良い理論形式になっています。詳しくいうと、電子相関のうち短距離部分が複合粒子描像を正当化する一方、磁束付着によるゲージ場起源の相互作用が、超伝導・超

流動に類似の非対角相関をもたらします。

複合粒子を自由粒子と見なすと平均場的に分数量子ホール状態を理解することができますが、複合粒子間には実は相互作用があり、それが物性に大事な効果を与えます。複合粒子の自由度としては、スピン自由度と電荷自由度があります。分数量子ホール状態はスピンの揃った強磁性で、南部・ゴールドストーン・モード（スピン波）が立ちます。そのスピン・スティフネスは磁性を特徴付ける量ですが、複合フェルミオンでは、相互作用のために、磁束量子を 2 本貼り付けるか、4 本貼り付けるかといった磁束の本数によってスティフネスが決まる、というのが中島龍也さん（現 東北大）の結果です [154] (図 24(a))。分数量子ホール効果においては二層分数量子ホール系も盛んに調べられましたが [155]、複合粒子による解析はこれにも拡張することができます [156]。

電荷自由度に関しては、複合粒子の質量があります。これは純粋に多体相互作用により生じる質量で、それがやはり、貼り付ける磁束の本数によって決まります (図 24(b))。これは、小野田勝さん（現 秋田大）が原子核物理の水崎高浩さん（東大、現 専修大）、大塚孝治さん（東大）との共同研究での結論です [157]。原子核物理の方と共同研究したのは、有限量子多体系としての原子核において多くの大規模数値計算の実績があること、また、励起の角運動量依存エネルギー・スペクトルの下端（原子核の用語では *yrast spectra*）を見なかったもので、その知見の蓄積も豊富な原子核の人の協力を得るためでした。

分数量子ホール効果は、マリエンコさん（Denis Maryenko、理研）等が観測したように酸化物  $\text{MgZnO}/\text{ZnO}$  界面でも強磁場中で発生し、小野田さんはこれを理論的に解析して、ここでもやはり複合フェルミオン間が強く相互作用している示唆を得ました [158]。

分数量子ホール系は面白い相図をもっています。ランダウ準位 0, 1, 2 に対して、ランダウ準位占有率 (Landau level filling) を変えると、分数量子ホール状態だけではなく、*paired state*, ウィグナー結晶 (Wigner crystal), *stripe* などいろいろな相が出てきます。これは、柴田・吉岡による DMRG の結果です [159]。普通の強相関電子系では、電子相関の強さは相互作用  $U$  を電子のバンド幅  $W$  で割った無次元量が大きい場合が強相関という定義で、バンド・フィリングを変えるとモット絶縁体や超伝導などの相が出現します。一方、量子ホール系の場合は、一体のスペクトルがランダウ準位に縮退し、いわばバンド幅がゼロという意味で  $U/W$  が無限大の強相関極限になっています。これがランダウ準位占有率を変

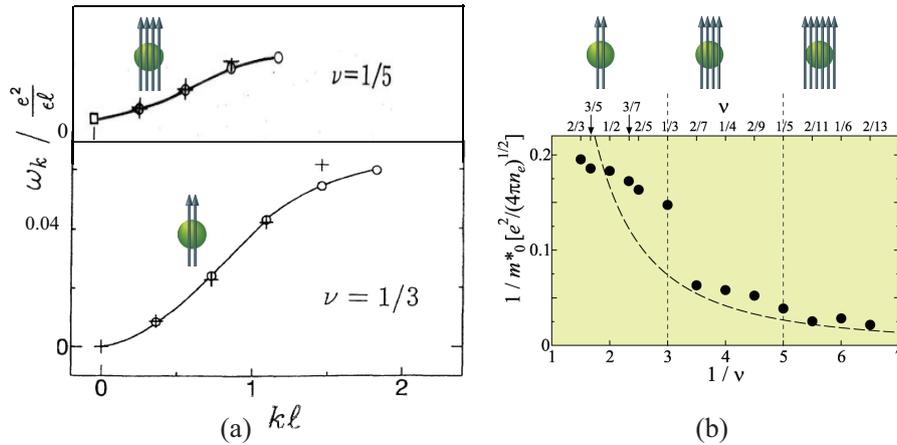


図 24 分数量子ホール系において、(a) 各電子に磁束量子が 2 本 (4 本) が貼り付いた複合フェルミオンに対応するランダウ準位フィリング  $\nu = 1/3(1/5)$  に対して、スピン波エネルギー ( $\omega_k$ ) の分散の理論的プロット [154]。  $\ell$  は磁気長。(b) 複合粒子の質量  $m^*$  (の逆数) を  $1/\nu$  に対して理論的プロット [157]。 上端は、各電子に磁束量子が 2, 4, ... 本が貼り付いた複合フェルミオンに対応する領域を示す。

えると多彩な状態が出てくる理由といえます。

特に、Moore-Read や Greiter-Wen-Wilczek が、「複合フェルミオンの  $p+i\pi$  ペアリング」 [160] という相が存在することを主張しました。超流動  $^3\text{He}$  に  $A_1$  相といわれるものがありますが、これと対称性が同じです。Paired state については、小野田さん、水崎さんと数値的に調べたとき [161] にも出てきました。一般に、トポロジカル状態に対する分類学 (universality class) が今では確立しています。昔は三つのクラスという牧歌的な時代でしたが、これに加え、カイラル・クラスや超伝導のクラスがあり、時間反転対称性や粒子-正孔 (particle-hole) 対称性がどうなっているのかに応じて分類されます。Altland-Zirnbauer や、古崎昭さん (理研) たちの仕事です。トポロジカル系の分類学は今では遥かに精緻なものになっていますが、その嚆矢といえます。分類表は空間次元  $d$  に対して周期性をもっているのでトポロジカル系の「周期律表」と呼ばれることがあります。整数量子ホール効果は class A、 $d = 2$  に対応し、 $(p+i\pi)$  ペアリング相は class D に対応します。

量子ホール効果の分野の代表的な国際会議は、ラントヴェア (Gottfried Landwehr) さんが主催する “Application of High Magnetic Fields in Semiconductor Physics” (通称 HighMag) です。これは、Landwehr のいた Würzburg をはじめとして、欧米日をローテーションしたものです。Würzburg で行われるときは、この地域が有名なフランケン・ワインの産地

であることから、世界遺産の Residenz (宮殿) の地下にあるワイン・セラーで wine tasting party も行われました。1990 年には量子ホール効果発見 10 周年を記念する会議が行われ、私もそこで、量子ホール系の数値計算の overview の講演をしました [162]。Landwehr さんは、良く知られているように、量子ホール効果を発見した Klaus von Klitzing を育てました。そのあとも、narrow-gap 半導体の流れから、量子スピン・ホール効果の発見を導きました。後者も、執念ともいえるような粘り強さの成果といえます。Landwehr さんとは、Würzburg 会議の折や、何度も来日された折に色々と話す機会がありましたが、一つ彼が言っていたのは、自分は Max Planck の曾孫弟子に当たる (Planck(1858-1947) の弟子が Max von Laue (1879-1960)、その弟子が Max Kohler (1911-1982)[163]、その弟子が Landwehr) ということです。ドイツの物理の歴史的流れは凄いとおもった瞬間でした。

## 6 トポロジカル系 — グラフェンおよび関連物質

### 6.1 グラフェン

次に、グラフェン (graphene) の話に行きましょう。これはトポロジカルやカイラルな性質のために、いろいろと面白い系です [164, 165, 166]。この物質を実験的に最初に得てグラフェン物理の端緒を拓いたのはガイム (Andre Geim) で、2010 年にノーベル賞を取りましたが、非常に迫力のある physicist です。炭素が蜂の巣格子をなすという一見単純な系ですが、バンド構造はディラック・コーン (Dirac cone) という特徴的な構造をもちます。

場の理論でいえば、Weyl neutrino とも呼ばれる質量がゼロのディラック粒子 (massless Dirac particle) です。グラフェンは 2 バンド系で、これに応じてハミルトニアンは 2 行 2 列となり、そのシュレディンガー方程式はディラック方程式の形をとるためにディラック・フェルミオン (Dirac fermion) と呼ばれ、グラフェンの場合は質量がゼロのディラック・フェルミオンとなります。何故質量がゼロなのか (蜂の巣格子でのアクシデントなのか)、といった点が知りたいところですが、これはジェネリックに議論することができます。ハミルトニアンを  $H = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{R}$  のようにパウリ行列  $\boldsymbol{\sigma}$  と、或るベクトル  $\mathbf{R}$  の内積として表したときに、 $\mathbf{R}$  のトポロジカルな性質を見ると、系にカイラル対称性 (chiral symmetry) があると、必ずカイラリティが + の状態と - の状態が縮退し、ディラック・コーンはペアで現れることがいえます。これを場の理論でいうと、フェルミオン・ダブリング (fermion

doubling) に対応し、有名な Nielsen-二宮定理の空間 2 次元バージョンです。このように、ジェネリックにディラック・コーンが偶数個現れます。

そこに磁場をかけると、特異な量子ホール効果が生じます。ディラック・コーンは正孔側と電子側から成るわけですが、それぞれの側のランダウ準位に加えて、ちょうどディラック点 (Dirac point) の所にもランダウ準位 (ランダウ指数  $n = 0$ ) が存在します。このとき量子ホール効果はどうなっているのでしょうか。一般にフェルミ・エネルギー (あるいは電子の密度) を変化させると、ランダウ準位を通過する毎にホール伝導度は階段関数にならなければいけないので、グラフェンで単純にそのような階段を考えると、電子・正孔対称性を破ってしまい、まずいことになります。正解は、ディラック点において、いわば電子と正孔を半々にしたような階段が存在します。これは、 $n = 0$  ランダウ準位の存在は、トポロジカルに保護されている (topologically protected) と表現されます。

グラフェン量子ホール効果については、そのトポロジカルな面に注目して、初貝さん、福井隆裕さん (茨城大) と次のようなことを示しました [167]。(i) 質量ゼロの Dirac 粒子は、蜂の巣格子に特有という訳ではなく、正方格子  $\leftrightarrow$  蜂の巣格子  $\leftrightarrow$   $\pi$  フラックス格子の間を連続移行させても残り、特異な量子ホール効果 [ $\sigma_{xy} = (N + \frac{1}{2})(e^2/h)$ ,  $N$ : 整数] はロバストに存在し続ける。(ii) 蜂の巣格子の Dirac 的な分散はブリルアン帯の角 ( $K, K'$  点) 近傍のみに存在するが、特異量子ホール効果は有限のエネルギー領域に亘って (van Hove 特異点に至るまで) 存在する。(iii) 通常の量子ホール系で、バルク・トポロジカル量子数がエッジ・トポロジカル量子数と一致することが示されているが [141]、グラフェン量子ホール効果においても、この「バルク-エッジ対応」が成立している。

ディラック・コーンはグラフェンだけでなく、或る種の有機導体において傾いたディラック・コーンが現れることが小林晃人さん等により見いだされ、鈴木順三さん等により理論が展開されました [168]。河原林透さん (東邦大)、初貝さん等と、傾いたディラック・コーンに対してもカイラル対称性が一般化でき、磁場中でディラック点に位置するランダウ準位がトポロジカルにゼロエネルギーに保護され、これから格子模型を構築することもできることを示しました [169]。つまり、ディラック・フェルミオン・ダブリングが、通常のカイラル対称性が破れたときもトポロジカルに保護されることが分かります [170]。このように、グラフェンや関連物質が抜群に面白い一つの理由は、格子系としてフェルミ

オン・ダブリングを内蔵するためです。場の理論ではダブリングは、連続空間を離散（格子）化するときには発生する厄介者ですが、物性物理では面白い現象を色々と与えることとなります。格子模型によっては、Nielsen-二宮定理を回避することもできます [171]。また「逆問題」として、任意の格子系が与えられたときに、どのようなときにディラック・フェルミオンに対するカイラル対称性が成立し得るかを議論することもでき、結論は、(微分演算子としてのディラック・ハミルトニアンにおいて) 指数定理 (index theorem) が成り立つとき、ということになります。このように、グラフェンも場の理論的な舞台を提供します。物性理論が多世界の例といえます [165]。

グラフェンを修飾できないでしょうか。島信幸さん（兵庫県立大）と 1993 年に、グラフェンの超周期構造（穴を周期的に開けたような構造）を考えました [172]。このような系は群論により議論することができ、それらの電子構造は、(a) 半導体、(b) Dirac cone、(c) 半導体+平坦バンド、(d) Dirac cone +平坦バンドという 4 クラスに分類されることが分かります（図 25）。最近では“graphene nanomesh”という名前が付けられて [173]、応用物理の人も作ろうとしています。また、様々な格子構造で Dirac cone がどのように現れるかを見ることもできます（図 26）。このような 2 次元系について物質設計の例としては、第一回で preview した強磁性トポロジカル MOF があります。

ここでグラフェンを離れて一般に、量子ホール効果は空間 2 次元系に特有、というのが常識です。しかし、3 次元であっても、もしエネルギー・スペクトルにギャップが存在すれば整数量子ホール効果が生じることを甲元, Halperin, Wu が指摘していました [174]。<sup>\*3</sup>そこで、越野幹人さん（阪大）と鹿児島誠一さん（東大）、長田俊人さん（物性研）等との共同研究で、実際 3 次元系でも周期構造があれば、外部磁場をかけたときにエネルギー・スペクトルにギャップが開き得て、その場合は 3 次元でホール伝導度が離散化することを示しました（第 27 図） [175]。越野さん等とは、図 28 に示すように 3 次元の周期的連続曲面の上に電子を放したらどうなるのかも調べました [176]。そのバンド構造（ゼロ磁場で）の特徴は、周期曲面のトポロジーで決まります。3 次元周期曲面が螺旋対称性をもつ gyroid 面の場合には特有なことが現れます [177]。さて、物質科学としては、グラフェン

---

<sup>\*3</sup> ちなみに、対応する問題として、3 次元で分数量子ホール効果が存在し得るか、という問題は、例えば J.D. Naud et al, Phys. Rev. Lett. **85**, 5408 (2000) で提起されたが、その後時代はトポロジカル系という、より広い視野で展開したことは周知のとおり。

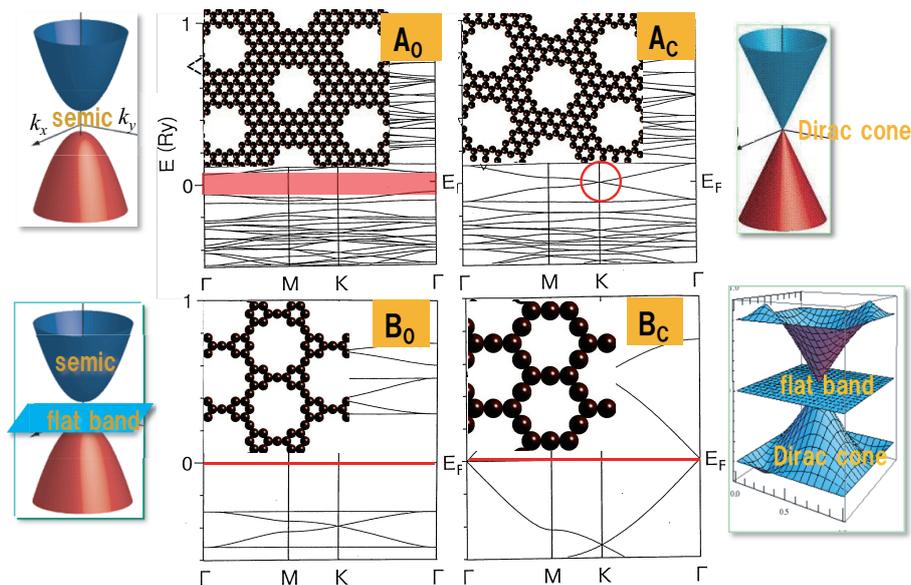


図 25 グラフェンの超周期構造の 4 種の群論的クラス [(A<sub>0</sub>) 半導体、(A<sub>C</sub>) Dirac cone、(B<sub>0</sub>) 半導体+平坦バンド、(B<sub>C</sub>) Dirac cone + 平坦バンド] に対して、典型的な結晶構造とバンド構造を示す [172]。

を周期曲面状にする場合については、理論的に 1990 年代に藤田光孝さん（筑波大）が、ゼオライトのような構造をもつ炭素物質を考え、zeolitic graphite とか graphitic sponge と呼ばれます [178]。このような系ではディラック・フェルミオンのバンド構造に面白いことが起きます [179]。実験的にも、ナノ多孔質グラフェンにおいてディラック電子的な性質が保持されており [180]、これについては伊藤良一さん（筑波大）等が総説を書きました [181]。

グラフェンについては別の面白いことがあります。マクシム (Peter Maksym) さん（レスター大、現 東大）と量子ドット (quantum dot) について色々仕事をしてきましたが [182]、グラフェンにおける量子ドットも調べました。動機としては、固体物理とは全く別の原子物理において “supercritical nuclei” という話題 [183] があり、それと関連します。原子において原子番号  $Z$  をどんどん増やしていったら何が起こるのでしょうか。原子の中の電子はもちろんディラック粒子ですから、質量ギャップをもっていて、そのギャップ中にある原子束縛エネルギーは  $Z$  を増やすにつれどんどん深くなり、 $Z = 137$ （微細構造定数の逆数）程度を超えて増やすと質量ギャップの下（ディラックの海；Dirac sea）に突入します。こうなると、原子核の近傍で一種の絶縁破壊が起き、自発的な陽電子放出のような異

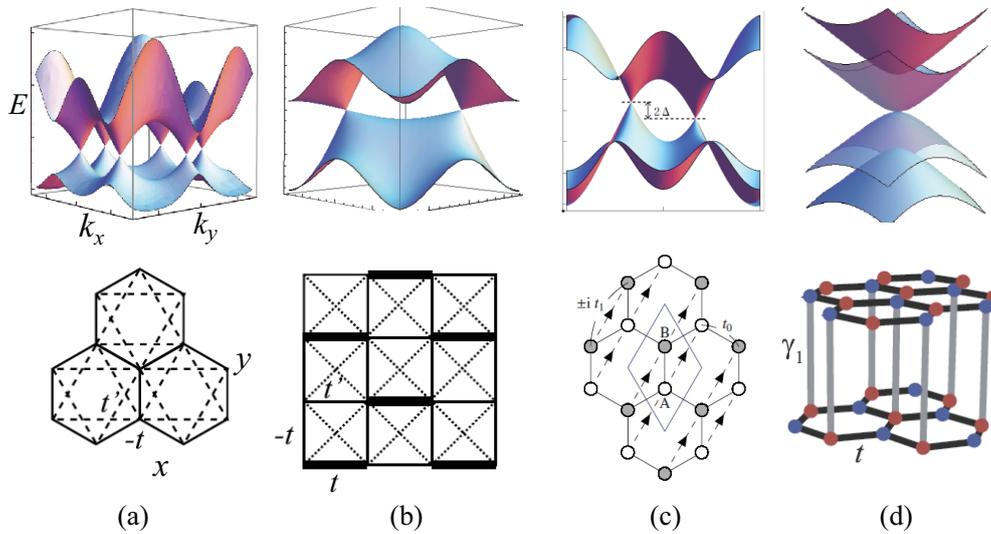


図 26 様々なグラフェン関連構造 [165]。(a) Electron-hole 非対称な Dirac cone、(b) 傾いた Dirac cone、(c) K 点と K' 点の Dirac 点エネルギーがずれた模型、(d) 2 層グラフェン。上段はバンド分散、下段は格子模型（線は hopping、(c) での矢印は複素 hopping）。

常なことが起き、これを原子物理では *supercritical nuclei* と呼んでいます。それが起こるためには  $Z$  が、正確にいうと 172 を超えなければいけないことが理論的に分かっていますが、これを原子で実現するのは絶望的です。今やっと  $Z = 113$  ができたわけですから。しかし、空間 2 次元系で、かつ光速  $c$  が  $1/300$  になれば、 $Z$  が 1 程度以上という条件に緩和します。グラフェンではこれが実現します。つまり、2 次元系ですし、グラフェンのディラック型分散において光速に対応するのはフェルミ速度であり、これは約  $c/300$  です。かつ、特に原子核（クーロン中心）でなくても、半導体物理で電極により用意できる量子ドット構造でも十分 *supercritical* な状態がグラフェンで生じるというのが、我々が提案したことです [184] (図 29)。Supercritical 状態は、物性の言葉でいえば、連続スペクトルに離散準位が突入しているのでファノ共鳴 (Fano resonance) 状態の一種です。磁場をかけると、サイクロトロン・エネルギーが静止質量と同程度の強磁場になるとさらに面白いことが起きます。そのためには、原子物理では  $10^{10}$  T という、それこそ (magnetar におけるような) 天文学的な磁場が必要ですが、グラフェンなら 10 T で良く、必要な磁場は 9 桁落ちます。Maksym さんとは現在にまで亘り長年コラボレートしています [185]。

グラフェンの物理の今日での隆盛については申すまでもありません。グラフェンについては、ドレッセルハウスさん (Millie Dresselhaus, MIT) と *Physics of Graphene* という本

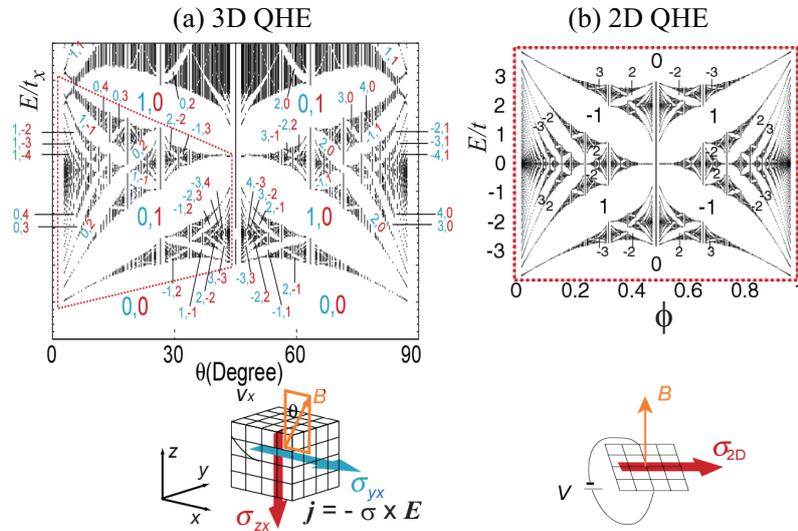


図 27 (a) 3次元周期系に磁場をかけたときのエネルギー・スペクトルを外部磁場の  $z$  軸からの傾き角に対して示す [175]。数字は量子ホール・トポロジカル数 (青:  $\sigma_{xy}$ 、赤:  $\sigma_{zx}$ )。 (b) 2次元周期系に磁場をかけたときのエネルギー・スペクトル (所謂 Hofstadter butterfly) を外部磁場 (単位胞中の磁束を磁束量子で規格化した  $\phi$ ) に対して示す。数字は量子ホール・トポロジカル数。 (a) で破線の領域は、3次元と2次元の量子ホール周期系のシュレディンガー方程式の間に存在する mapping を通して (b) と対応する領域。

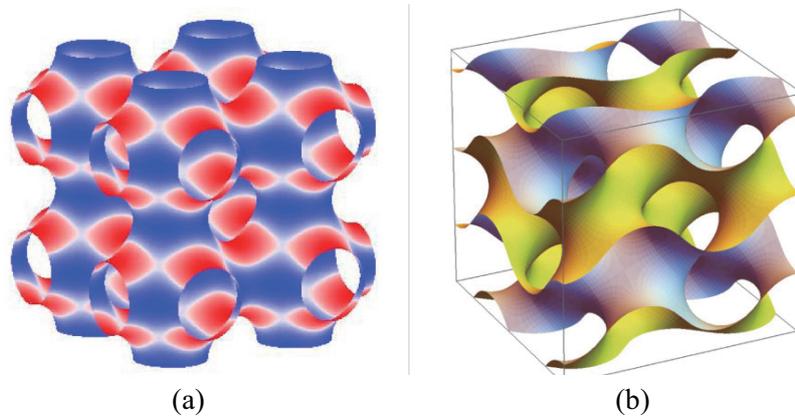


図 28 (a) 3次元周期的連続曲面の例 (P-surface)。カラーはこの上での波動関数の例を示す [176]。 (b) 螺旋状構造をもつ3次元周期連続曲面の例 (G-surface)[177]。

を編集しました [165]。多体効果としては、分数量子ホール効果や、最近では捻じれた二層グラフェン (twisted bilayer graphene) における超伝導 (これは、捻じれの魔法角に対しては部分的に平坦なバンドをもつ多バンド系) に多くの興味が集まっています。二層グラフェンに平坦バンドがあることは 2010 年頃の早い段階から気づかれていました [186]。

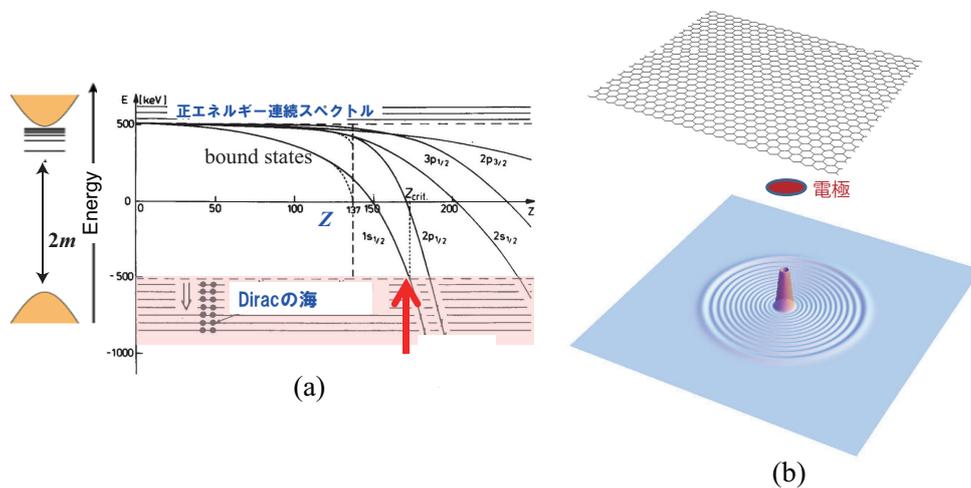


図 29 (a) 原子物理における相対論的水素様原子のエネルギー・スペクトルを原子番号  $Z$  に対してプロット。赤矢印のところで束縛状態が Dirac sea に突入し supercritical nuclei となる [183]。(b) グラフェン量子ドットにおける、supercritical 状態の波動関数 [184]。

## 6.2 量子ホール系の光応答と光学量子ホール効果

2015 年は International Year of Light と名付けられ、光への新たな興味を象徴しましたが、量子ホール系と光の関連も面白いとおもわれます。量子ホール系では非平衡状態で、特に hot spot と呼ばれる個所（量子ホール条件下ではホール角が 90 度になるために、Hall bar 型の試料で等電位線が特異になる点）からの発光が観測されていました [187]。また 1980 年代に非平衡における「ランダウ準位レーザー」の可能性が青木により提案されていました [188]。ただ、普通の 2 次元電子系ではランダウ準位が等間隔のために、このレーズングは実現困難でした。森本高裕さん（現 東大物工）等と、グラフェンにおいては Dirac 的分散を反映してランダウ準位が非等間隔となるために、反転分布を作るのに有利であろうというアイデアの元に、磁場中の massless Dirac 粒子の光学的性質を、発光の議論に重要な緩和過程も考慮して調べました [189]。

量子ホール効果と光の別の関連として、量子ホール効果は普通は輸送の性質（電気伝

導度)で測るのですが、光を当てて観測できないでしょうか。直線偏光を入れたときに、ファラデー回転 (Faraday rotation) から量子ホール効果が見られないかと考えました。森本さんが、修士論文でこの理論を行い、ファラデー効果において、いわば「光で見る量子ホール効果」が存在することを示しました [190]。その後すぐ、島野亮さん (東大物理) の研究室でテラヘルツによる実験が行われ、理論と良く合うという結果を得ています [191]。これは半導体中の2次元電子系に対するものですが、その後にグラフェンにおける光で見る量子ホール効果が、ファラデー回転による島野研での実験と、森本さんの理論により調べられました [192] (図 30)。

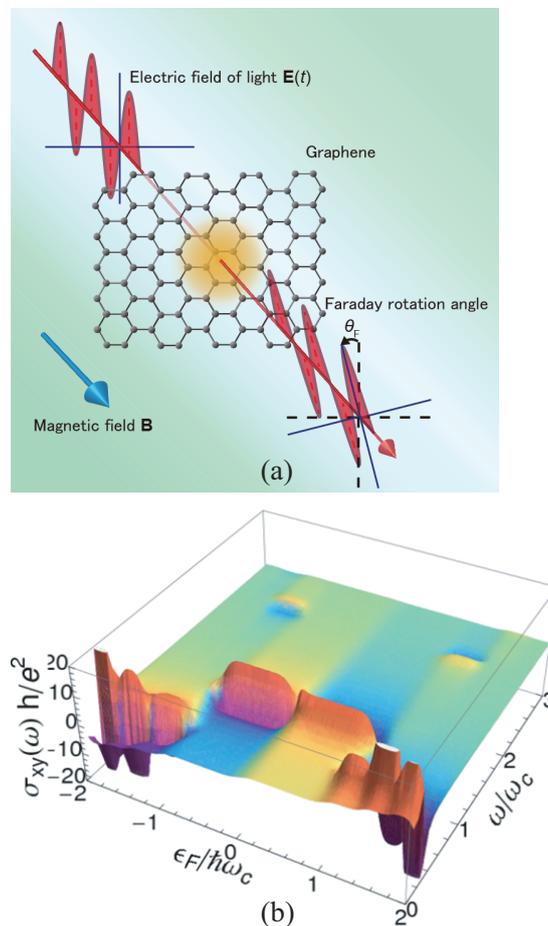


図 30 (a) グラフェン量子ホール系におけるファラデー効果の概念図。入射光の偏光面が微細構造定数を単位として量子化値で回転 [192]。(b) グラフェン量子ホール系における光学伝導度  $\sigma_{xy}(\varepsilon_F, \omega)$  を、フェルミ・エネルギー  $\varepsilon_F$  と光の振動数  $\omega$  に対して理論的にプロット [190]。

それでは、第三回はここまでとして、連載の最終回に当たる次回は、非平衡についてお話しする予定です。

連載（その4）（「固体物理」56, 209 (2021) 出版）

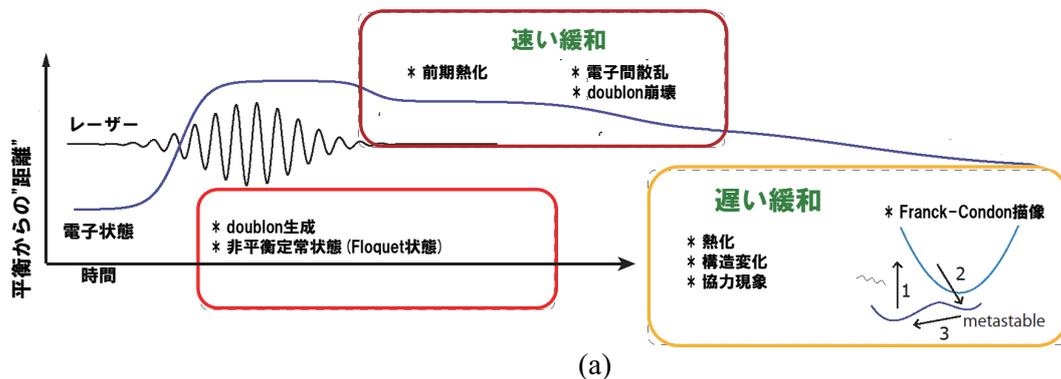
## 7 非平衡

連載の最終回は非平衡についてお話したいとおもいます。非平衡の物性物理は 1990-2000 年代頃から興味が再興し、非平衡誘起現象に興味をもたれるようになりました。ここでは、光誘起絶縁体・金属転移や光誘起磁性などの転移、スピン・クロスオーバー錯体、非線形光学（特に 1 次元系や強相関係などにおける非線形光学）、非平衡緩和過程など、色々な発展がありました。非平衡については、私は実は昔から興味をもっていました。東大に助教授として着任したときに、当時は教室サーキュラーにおいて新任教官は何をやりたいか抱負を一言述べる習慣がありました。そのときに私は、将来は時間の入ったことをやってみたいと述べました。そのとき念頭に置いていたのは、有名なプリゴジン (Ilya Prigogine) の教科書で私が良書とおもっていたものに *From being to becoming* というものがあります [193]。プリゴジンは前書きで、「本書のタイトルは “Time, the forgotten dimension”（時間 — 忘れられた次元）としたかった」、と言っています。いかに時間依存や非平衡現象が、当時はあまり研究されていなかったかということだとおもいます。時間芸術である音楽の愛好家たるプリゴジンらしい言葉です。

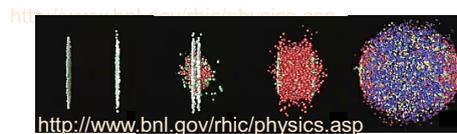
時間依存現象の最たるものは非平衡現象ですが、非平衡は膨大な分野です。先ず、非平衡と一口にいても、過渡 (transient) 現象を見るのか非平衡定常 (steady) 状態を見るのか、緩和はどうなるのか、などいろいろな要素があるわけです。第 31 図 (a) は我々がまとめた *Reviews of Modern Physics* [16] のイントロダクション中の図です。模式的に言って、電子状態を、例えばレーザーパルスでたたいたときに、初期の励起のあとに、先ず早い緩和過程が起きます。その一つに前期熱化 (prethermalization) があります。それから遅い緩和過程が起きます。

### 7.1 非平衡における学際的な現象

このような物理は、物性物理だけではなく、全く異なる分野であるハドロン物理などにおける非平衡状態ともアナログな部分が多くあります。現に、前期熱化はハドロン物理で提案された概念です。2013 年春の日本物理学会では、「非平衡物理—物性物理とハド



(a)



(b)

図 31 (a) 非平衡（ここでは pump-probe 実験）における系の時間発展の概念図 [16]。時間帯に応じて、速い緩和や遅い緩和など様々な段階がある。(b) ハドロン物理において、RHIC 等で生成される非平衡状態 [195]。

ロン物理を結ぶ世界」という学際的なシンポジウムを開催しました [194]。ハドロン物理では、代表的にブルックヘブン研究所の RHIC (Relativistic heavy ion collider) や LHC を使ってハドロンの非平衡状態をつくるという実験 [第 31 図 (b)] が 2000 年代の初めから、クォーク・グルーオン・プラズマ発生を動機として精力的に行われていた訳です [195]。

図 32 は岡隆史さんによる相図で [16, 196]、横軸は系を非平衡にするために印加する外場の振動数（例えばレーザーの光子・エネルギー）で、縦軸は外場（電場）の強さです。こういったパラメータ空間上で、様々な領域が存在します。大づかみの分類としては、左上の方は非平衡輸送現象と見なせますし、右下の方は非平衡光誘起現象と見なせます。この 2 領域を概ね分けているのがケルディッシュ線 (Keldysh line) です。水平の破線は、下で説明する Schwinger 領域の境界で、量子電気力学 (QED) からの概念です。

強い DC 外場を掛けたときの問題は、物性では絶縁破壊などの問題になりますが、昔から場の理論でも調べられています。場の理論の真空は何もないどころではなく、いろいろなことが起きる場です。そこに強電場をかけると、質量ギャップ (mass gap) を超えて電子・陽電子の対 (electron-positron pair) が生成消滅を繰り返す、場合によっては真空が崩壊すること (Schwinger 機構) をシュウィンガー (Julian Schwinger) が考えています。物

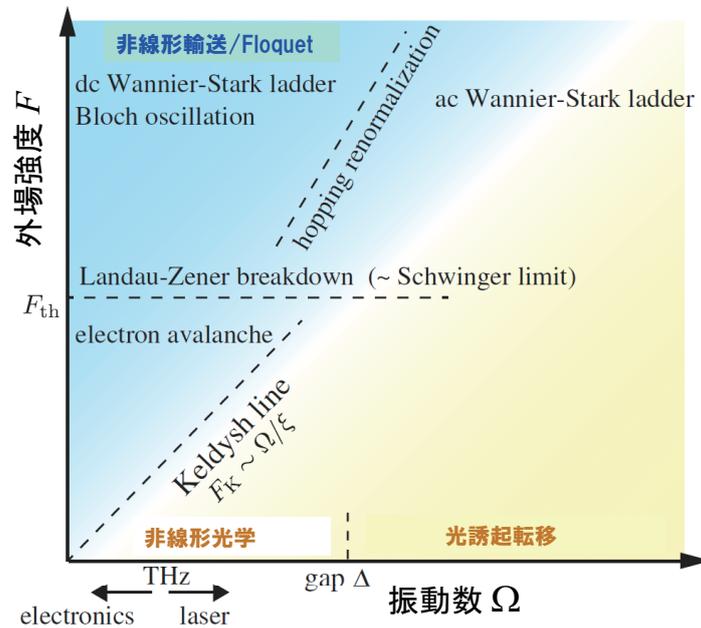


図 32 外場により誘起される様々な相を、外場の強さ  $F$  と振動数  $\Omega$  に対してプロットした概念図 [16, 196]。 $\Delta$  は系を特徴付けるエネルギー・ギャップ、 $F_{th}$  は Schwinger limit の起きる敷居電場、 $\xi$  は系に応じて定義される相関長。

性で対応するのが絶縁破壊で、これは普通はバンド絶縁体で考えられてきました。しかし、特に強相関電子系に強電場をかけると、Mott ギャップを超えた励起により holon と doublon ができるので、QED での electron-positron pair は電子系では doublon-holon pair に対応します (図 33)。つまり、Mott 絶縁体に強電場をかけたときには、doublon-holon pair がどのように生成されるか、という問題になります。岡さん等と、このモット絶縁破壊を色々な観点や方法論で調べました。まず、量子準位間の非断熱トンネリングを多体電子系に拡張すると、一体問題での **Landau-Zener** トンネリングを多体系に拡張したものとして捉えられ [197]、強電場中の非線形輸送は、幾何学的位相 (を非断熱過程に拡張した Stokes 位相) の観点から解析でき、強電場下での基底状態の残存確率が、QED における真空の崩壊確率の Schwinger 公式と形式的に一致することことが分かりました [198]。

具体的に、モット絶縁体に対して時間依存密度行列繰り込み群 (TDMRG) を用いてトンネル率を計算すると、絶縁破壊敷居電場が多体 Landau-Zener 公式で理解できることが示されます。さらに、多体準位間の Landau-Zener トンネリングを「量子ランダム・ウォーク」 [199] として捉えると、系が低エネルギー状態に残存する確率分布を厳密に求めるこ

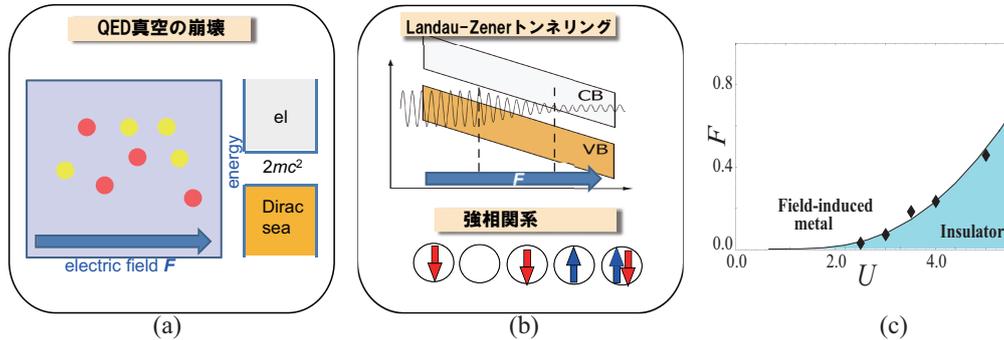


図 33 (a) QED における強電場中での真空崩壊の概念図。(b) 固体物理系における強電場中での絶縁破壊の概念図 [198]。上はバンド絶縁体、下は相関電子系。(c) 斥力相互作用  $U$  と外部電場  $F$  に対する非平衡相図 [198]。

とができ、TDMRG の計算結果とも合います [200, 201]。1次元系に対しては、Mott 絶縁破壊を、朝永・Luttinger 液体生成 [201] や、Bethe 仮説解を non-Hermitian の場合に解析接続した定式化 [202] の観点から扱うことができます。

バンド絶縁体も Mott 絶縁体も電子というフェルミオン系です。一方、ボゾン系（例えば冷却ボゾン原子系）を考えると、ボーズ・アインシュタイン凝縮 (超流動相) が起き得ますが、ボゾン間の斥力が充分強いときには相図の上で Mott 絶縁相も存在します。ここで非平衡現象を考えることができます。例えば Mott 絶縁状態から始めて、超流動状態になる状況に急に変化させたら何が起こるのでしょうか。堀口直也さん [203] は、パラメータ値を Mott 絶縁相から超流動状態に対応するものに突然変えたときに系がどう時間発展するかをシミュレーションしました (図 34)。非平衡の分野では、状況を突然変えることをクエンチ (quench) と呼んでおり、図では様々なクエンチに対する結果を示しています。カラーコードは、超流動状態の位相です。また、青い点と赤い点で表示しているのは、位相の渦 (vortex) と反渦 (antivortex) で、これらが対生成・消滅をします。このような位相のトポロジカル欠陥 (渦と反渦) のダイナミクスは様々な物理で顔を出し、いわゆるキッブル・ズレック (Kibble-Zurek) 機構として議論されています。具体的には、急に超流動状態にしたときに、自由エネルギーのプロファイルはメキシカンハット状になって、その頭頂から落ちるのが一番早く起きる過程です。それから振幅についての集団モード (amplitude mode ; いわゆる Higgs モード) が次の緩和過程を支配します。最後に位相集団モード (phase mode ; 南部・Goldstone モード) が発生します (図 35)。

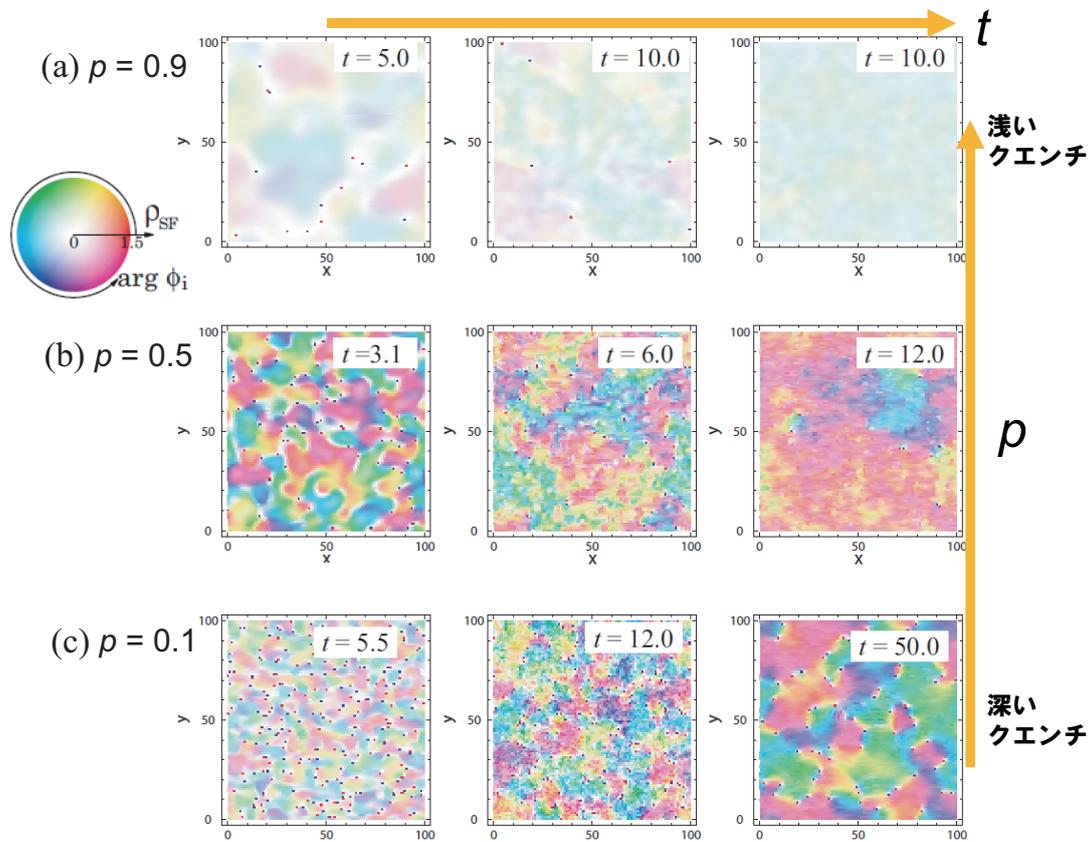


図 34 ポゾン系において Mott 絶縁状態を超流動状態になる状況に突然 ( $p$  という段差で) 変化させたときの時間 ( $t$ ) 発展 (横方向) を、クエンチ  $p$  の様々な強さ (縦方向) に対しておこなったシミュレーションの例 [203]。カラーは凝縮体の位相。青点と赤点は、それぞれ位相の vortex と antivortex。

ちなみに、南部先生の理論は、物性物理にとっても必須のものといえ [204]、私も若い頃から魅了されてきました。しかも、南部理論の発祥地が超伝導という点も学際的な魅惑を感じます。超伝導から「対称性の自発的破れ」という南部のアイデアが生まれただけでなく、超伝導理論そのものに関しても、元々の BCS 理論がゲージ不変性 (gauge invariance) を破っているように見えるという謎があったのに対して、電磁場のポテンシャルも含めた場の理論を (電荷保存を保証する Ward-高橋恒等式に注意しながら) 構成すると、マイスナー効果も含めて超伝導をゲージ不変に議論できというのが南部が示したことです [205]。Bardeen, Cooper, Schrieffer (BCS) 自身もゲージ不変性は気にして、例えば、シュリーファー (Robert Schrieffer) の教科書 [206] でもゲージ不変性に一つのセクションを割いています [207]。また、超伝導の理論形式の上からも、Nambu-Gor'kov

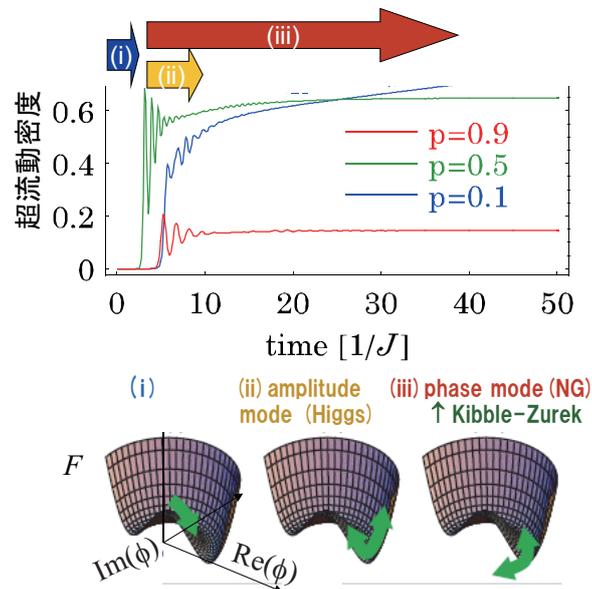


図 35 前図のシミュレーションにおける、超流動密度の時間発展 [203]。異なる色の矢印は、下段に自由エネルギー  $F$  のプロファイル上で模式的に示した 3 段階に対応。

formalism が重要なことも言うまでもありません。

## 7.2 非平衡に対する理論手法

このような非平衡ダイナミクスを強相関系に対して理論的に追いたい訳ですが、言うまでも無く強相関系は平衡ですら大変な計算が必要です。それを非平衡でどうするかというハードルが生じます。一つの方法として、非平衡動的な平均場理論 (**nonequilibrium dynamical mean field theory**) があります。これは、平衡においてモット転移など強相関効果を扱うことができる動的な平均場理論 (DMFT) を非平衡に拡張したものです。強相関系を非平衡にするには、パルス・レーザーなどでたたいてその後の時間変化を追うこともできますし、強いレーザーを連続的に当てて非平衡定常状態をみることもできます。前者は非平衡 DMFT で扱えますし、一方後者に対しては、任意に強い AC 外場を扱える Floquet 法を DMFT と組み合わせるという方法 (“Floquet-DMFT 法”) を辻直人さんが開発しました [208]。これにより、AC (光誘起) 非平衡ダイナミクスを議論でき、非平衡で負の光学伝導度 (gain) が生じる等を示せます [209] (図 36)。非平衡 DMFT については *Rev. Mod. Phys.* に総説を書き [16]、これは辻直人 (理研)、Martin Eckstein (ハンブルク、

現ニルンベルク)、Marcus Kollar (アウグスブルク)、岡隆史 (ドレスデン、現物性研)、Phillipp Werner (フリブール) 各氏との共著です。このような方法論を使えば、現実的なコンピューテーションができるわけです。

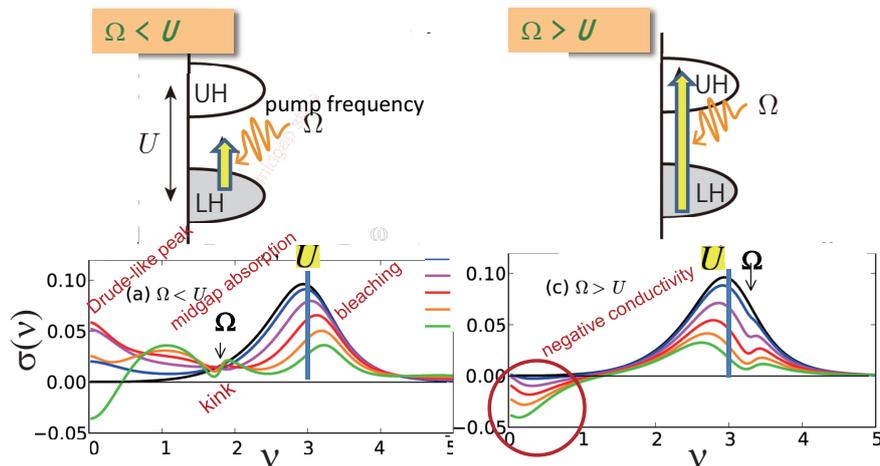


図 36 レーザー (振動数  $\Omega$ ) を強相関電子系 (斥力  $U$ ) に照射したときの、 $\Omega < U$  (左) と  $\Omega > U$  (右) に対する光学伝導度  $\sigma(\nu)$  の計算結果 [209]。UH(LH) は上部 (下部) Hubbard バンド。

非平衡 DMFT を使った仕事の例には、格子系を充分強く揺さぶるとバンドの反転が起きて、場合によっては反転分布 (population inversion) が起き (負の温度<sup>\*4</sup>といってもよい)、これにより斥力を引力に転換することができる、という辻さんの仕事 [10] があります (図 37)。電子間を引力にするなど考えにくいという第一印象でしょうが、非平衡現象がおもいがけない現象を与える例であり、直感的には密度行列において、「斥力で負の温度」は「引力で正の温度」に読み替えられるためといえます。時間依存 DMFT を使って時間発展を直接見ることもできます。電子の二重占有率 (double occupancy)  $D$  を時間に対してプロットすると、相互作用が無い場合は  $D = 0.25$  で、斥力 Hubbard 模型では当然それより下になっています。そこに AC 外場を加えて、その振幅  $A$  (レーザーでいえば光の強度) を増やすと  $D$  はどんどん減っていきませんが、強度  $A$  を増やすと Floquet バンド構造は  $A$  の Bessel 関数のように符号を変え (バンド反転)、相互作用が無い場合より  $D$  は増えます。つまり、実際引力になっていることがわかります。引力になれば超伝導にとっ

<sup>\*4</sup> 負の温度というのは、そもそも磁性体に対して Purcell-Pound (1951); Ramsey (1956); Klein (1956) などが導入した概念。

ても有利なはずですが、もちろん非平衡分布等に留意する必要があります。

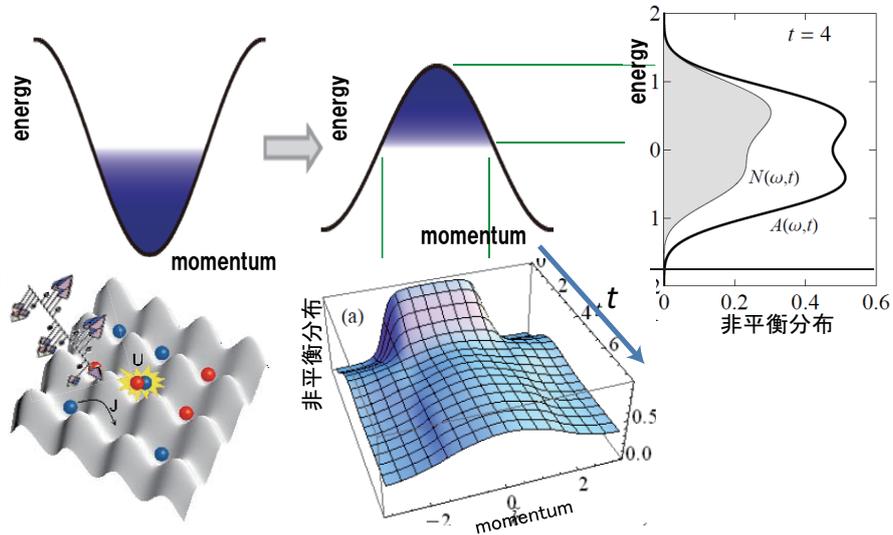


図 37 格子上の相互作用粒子系を AC で突然振動させると (左下)、バンドが反転し (上段左、中)、反転分布 (負の温度) が運動量分布上 (中下,  $t$  は時間) およびエネルギー分布上 (右上) で起き得る [10]。

一般に、非平衡では緩和のダイナミクスが大事です。村上雄太さんが、非平衡 DMFT を用いて電子・格子結合が小さい場合と大きい場合に、電子の緩和とフォノンの緩和を同時に見ました [210]。クエンチの後に、結合が小さいときは、電子がフォノンよりゆっくり緩和します。一方、結合が大きいときはむしろフォノンの方がゆっくり緩和し、電子は素早く緩和します (図 38)。このようなクロスオーバーで大事なものは、電子の緩和にはフォノンが絡む繰り込み効果 (電子は繰り込まれたフォノン・グリーン関数を交換する) も効き、逆にフォノンの緩和には電子が絡む繰り込み (フォノンが繰り込まれた電子グリーン関数を交換) も効きます。このようなフィードバック (通常は良く無視される) が大事という結論です。

これは、(後の節で解説する) 超伝導体における Higgs モードにも重要な効果を与えます [211]。超伝導状態をパルス的に乱して、その後の時間変化を追ったときに、これをフーリエ変換するとモード解析ができます。そのとき二つのモードが出てくることが分かります。一つは Higgs ですが、もう一つのモードが存在し、これは電子に媒介されたフォノン間相互作用から生じます。実験的には、これらの励起モードは時間分解光電子分光で

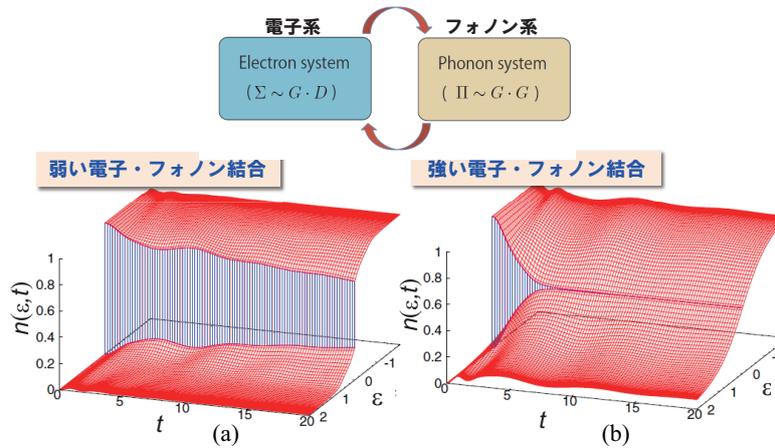


図 38 Holstein 模型において、電子・フォノン相互作用を 0 から小さな値 (左) あるいは大きな値 (右) に突然スイッチオンしたときの、電子の運動量分布関数  $n(\epsilon, t)$  の時間発展 [210]。青線は分布のジャンプを表わし、上の添図は電子系とフォノン系との線り込みを示す。

見えることが期待されます。非平衡 DMFT の最近の進展と光誘起ダイナミクスについては [212] に解説があります。

### 7.3 フロッケ・トポロジカル絶縁体

非平衡でトポロジカルな性質を誘起することもできます。連載 (その 3) で触れた「光で見る量子ホール効果」においては、磁場中の系に直線偏光を当てて線形応答を見するという設定でした。それでは、ゼロ磁場中で (多バンド) 系に円偏光を当てるとどうなるのでしょうか。このとき、ゼロ磁場にもかかわらず DC ホール電流が (非線形に) 発生し、しかも系がトポロジカルになり得るという現象が理論的に予言されました。(その 1) でも preview したように、これは岡さんとの仕事で [2, 215]、この非平衡誘起トポロジカル絶縁体は、現在ではフロッケ・トポロジカル絶縁体 (Floquet topological insulator) と呼ばれています。グラフェンのような蜂の巣格子におけるディラック・コーンには、円偏光下ではトポロジカル・ギャップが開くことになります。実際、ベリー (Berry) の曲率 (別名 Chern density) をプロットすると、ブリルアン帯における K 点、K' 点に強いピークが発生します (図 39)。AC 場で駆動したのに、何故 DC 応答が出るのか不思議に思われるかもしれませんが。円偏光を当てると、波数空間において k 点は Dirac cone の周りを周回運動します [図 40(a)]。これが一種のアルキメデスの螺旋のようなポンピングとして働くため

に DC 応答が出ます。アルキメデスの螺旋は水を汲むわけですが、今の場合は Berry の位相（を非平衡に拡張した Aharonov-Anandan 位相）を汲んでいるわけです。これを扱うには久保公式と Floquet 理論、さらに非平衡を扱うケルディッシュ形式 (Keldysh formalism) を合体させる必要があります。

Floquet 理論を説明しますと、AC 外場中では電子はフォトンの着物を着ます。図 40(b) で青線が元々の Dirac cone だとします。円偏光下では、時間依存シュレディンガー方程式を（一種のフーリエ変換して）時間非依存の行列方程式にすることができ、その固有値は元のバンドのレプリカが重畳したエネルギー・スペクトルをもちます。これは、元々の電子に加えて、one-photon-dressed states, two-photon-dressed states, …が出現したともいえます、それらのバンドの交点では一般にレベル反発が起きます。特に Dirac 点でもレベル反発が起きて、それが  $E = 0$  でのトポロジカル・ギャップになるわけです。これを、TKNN 公式の非平衡版に代入すると、確かに Chern density が Dirac 点に集中的に出てきます。

数学的に Floquet の定理は古い歴史をもっていて、Gaston Floquet により 1883 年に提出されたので、時間軸上の周期性を空間上の周期性に置き換えた Bloch 定理 (1928) より遙かに古いこととなります。最近その重要性が認識されてきましたが、従来はあまり顧みられませんでした [213]。

フロッケ・トポロジカル絶縁体の物理的意味については、我々の提案の後に、さらに面白いことが指摘されました。1980 年代に Haldane が、quantum anomalous Hall effect（ゼロ磁場中での量子ホール効果）ということ提唱しました。この有名なモデルでは、蜂の巣格子において第二隣接に複素ホッピングを導入すると、（トータルとして）ゼロ磁場でも非自明な Chern 数が発生して、その巧妙さに我々は感激したものです。ただ、モデルはあまりにも人工的なので、Haldane 自身が論文の中で、「これは非常に人工的なモデルなので実現はできないであろう」と、わざわざ断っています。ところが蜂の巣格子に円偏光を当てたときに、Floquet band 間の主要な（2 次の）過程に対する有効ハミルトニアンを求めると、まさに Haldane モデルになります。これを示したのは北川卓也さん（当時 Harvard）たちの仕事です [214]。グラフェンに円偏光を当てただけで、人工的に見えたモデルが実効的に実現できる訳です。

この現象が面白いのは、普通は非平衡状態では、まず系を励起すると別のブランチにた

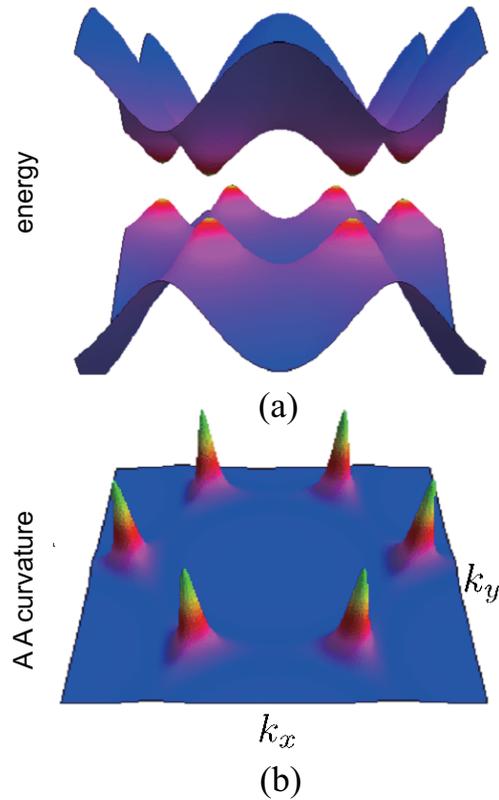


図 39 蜂の巣格子に円偏光を照射したときに、バンド分散にトポロジカル・ギャップが開く様子 (a) と、Berry (非平衡では Aharonov-Anandan) の曲率 (b) を  $k$  空間で示す [2]。

たき上げられ、それから下に落ちる、といったフランク-コンドン原理や、たたき上げた後の緩和など面倒なことを考えなければなりません、フロッケ・トポロジカル絶縁体では、円偏光を当てたときの定常状態では新たな相（トポロジカル相）がいきなり現れるという点です。用いる格子も、蜂の巣とは限らない多バンド系で同様な現象が起きることを示すこともできます [215]。但し忘れてはならない点は、電子の分布は、平衡（ここでは Fermi-Dirac 分布）とは違い、非平衡分布になるので、これを Keldysh 形式などにより吟味する必要があります。これにより、孤立系なのか、それとも熱浴に接している系（ここでは熱浴による冷却と光励起との競争が起きる）なのかに応じて、フロッケ・トポロジカル絶縁体におけるホール効果は一般には量子化値からずれることに注意が必要です [216]。このフロッケ・エンジニアリングのような非平衡を用いた量子状態の探索は、連載（その 2）で触れた物質設計が元素や結晶構造を設計するのに対して、いわば時間軸上でデザイ

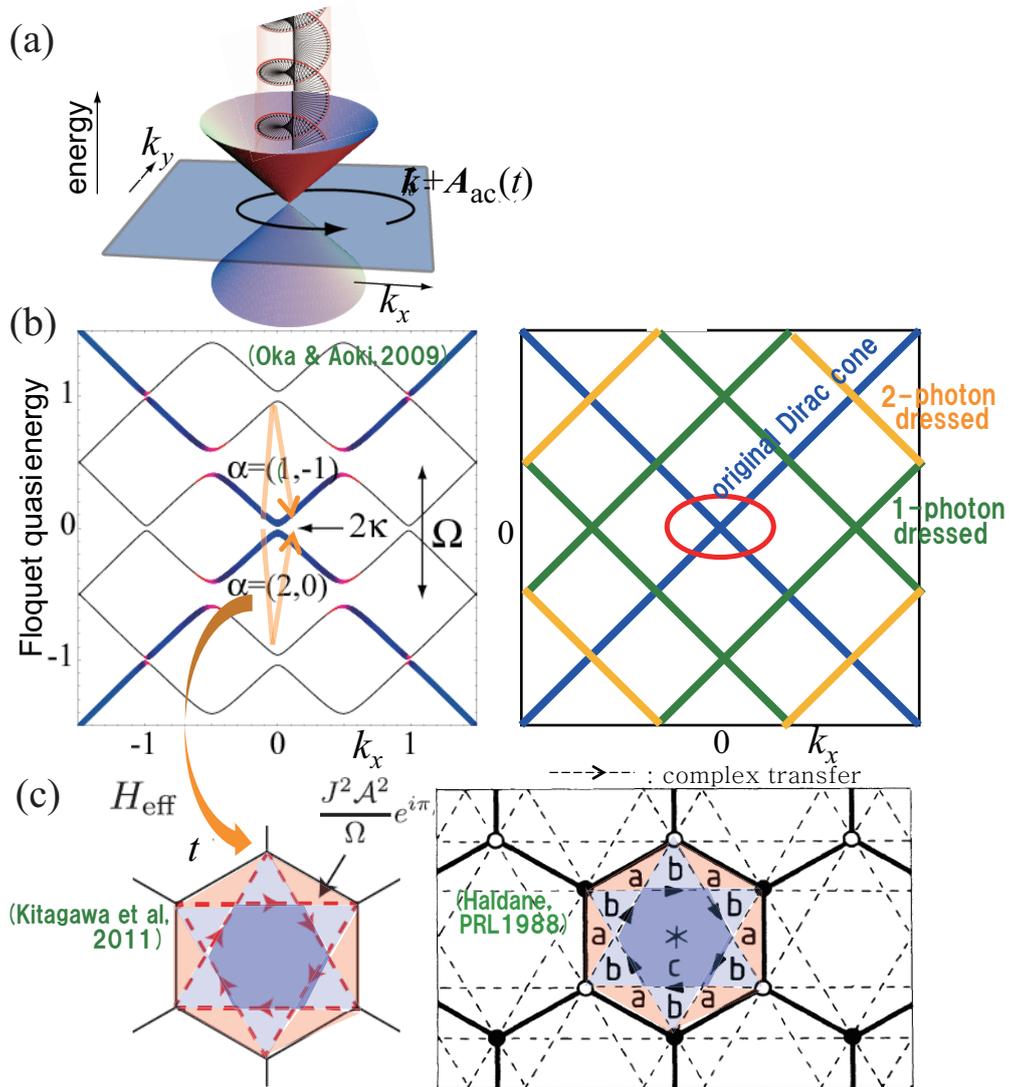


図 40 蜂の巣格子に円偏光を照射したときに、(a)  $k$  点が Dirac cone を周回する様子。(b) Floquet スペクトル (左) と、纏っているフォトン数での分解 (右) [2]。線の各交点ではレベル反発が起き、これは元々の Dirac 点 (赤丸) でも起きる。(c) 左: Floquet サイドバンド間の量子力学的遷移 (b) 左図のオレンジ色矢印) から生じる有効ハミルトニアン。これが、右に示した Haldane 模型と同等となる [214]。矢印は複素 hopping、色を施した領域は、磁束の大きさと向き (赤: 紙面上向き、青: 下向き) を表す。

ンするといえます (図 41)。

我々が予言したフロケ・トポロジカル絶縁体は机上の空論ではなく、その後、実験観測が相次ぎました。最初の観測はゲディック (Nuh Gedik, MIT) のグループによるもので [217]、3次元トポロジカル絶縁体の表面に Dirac cone ができることを利用します。そ



図 41 物質設計。背景図は文献 [5] 表紙から引用。

ここで円偏光誘起トポロジカル・ギャップが ARPES で観測されています。次にはレヒツマン (Mikael Rechtsman, イスラエル工科大) のグループにより、螺旋状の誘電体を束にしたフォトニック結晶でも観測されました [218] (図 42(a))。さらに、冷却原子系ではエスリンガー (Tilman Esslinger, ETH) のグループのヨッツ (Gregor Jotzu) により、蜂の巣光学格子上的冷却原子を円状に揺らすと、直線的に揺らしたときと異なりホール効果が出てくることが示されました [219]。最も最近ではハンブルクのマックス・プランク研究所のカヴァレリ (Andrea Cavalleri) グループのマックアイヴァー (James McIver) により、本来のグラフェンでの観測がなされました [11]。ちなみに、私が 2017 年に ETH (スイス連邦工科大学) に赴任したときに、ホストのエスリンガーとそのグループとはつぶさに議論ができました。また Cavalleri や McIver とも、ハンブルク MPI や、ニューヨークの Flatiron 研究所<sup>\*5</sup>、ルッカで行われたゴードン会議 (2020) など色々と議論する機会を得ました。

このフロッケ・トポロジカル絶縁体は一体問題で既に誘起されますが、さらに、多体相互作用する電子系に円偏光を当てるとどうなるか、という問題を調べたのが見上敬洋さんの PhD の仕事です [220]。円偏光と電子相関効果の相乗により、トポロジカル状態からモット絶縁体への転移とか、topological-topological 相転移といった、多彩な非平衡相図が出てきます (図 43)。縦軸をフォトンの振動数、横軸をフォトンの電場の強度としたとき

<sup>\*5</sup> 2016 年に発足したこの研究所の創設者の一人 James Simons は、Chern-Simons ゲージ場理論の Simons で、Center for Computational Quantum Physics 部門の director は Antoine Georges が務める。

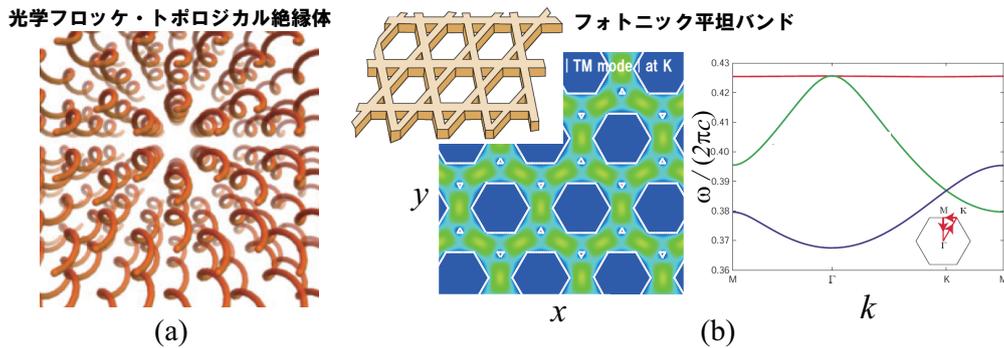


図 42 (a) フォトニクスにおいて Floquet トポロジカル絶縁体を実現する系 [218]。螺旋は誘電体。(b) カゴメ・フォトニック結晶（添図）において生じる平坦なフォトニック・バンド [253]。左は光の固有モードのカラープロット。

の Chern 数相図を、特に低振動数側で描くと、目がちらちらするほどの、殆どフラクタルなものになります [221]。多数の Floquet バンドの交叉のためです。また、正方格子など普通の格子ではなく、Lieb 格子やカゴメ格子のような平坦バンド系に円偏光を当てると、平坦バンドと分散バンドの間にトポロジカル・ギャップが開くことも示されます (図 44)。

最近ではさらに様々な提案がなされています。例えば、トポロジカル絶縁体に円偏光を照射すると、ユニバーサルに分数統計粒子 (anyon) が出てくるという提案、軸性電流発生の提案など、光により誘起する現象はいろいろ発展 [222] しています。さらに最近では、結晶構造が関与する Floquet topological crystalline insulator の概念にまで、森本さん等により拡張されています [223]。また、空間的に周期的な円偏光を照射することにより、トポロジカル状態を *in situ* に制御するという理論提案もあります [224]。

#### 7.4 トポロジカル・モット絶縁体、 $\eta$ ペアリング、非平衡磁性体

冒頭でも preview しましたが、トポロジカル・モット絶縁体を冷却原子系で実現するという engineering も可能です。トポロジカル・モット絶縁体というのは、多体効果によって複素ホッピングが自発的に発生するという可能性で、固体物理系では非常に不自然なモデルでないと生じませんが、北村さんは、cold atom 系で一定の組み合わせの円偏光や直線偏光を照射して光学格子ポテンシャルをつくると、系をトポロジカル・モット絶縁体に行き届くことを示しました [9] (図 45)。これを数値計算でも確認しましたが、そこで使ったのは密度汎関数法 (density-functional formalism) を cold atom に適用できるように拡張

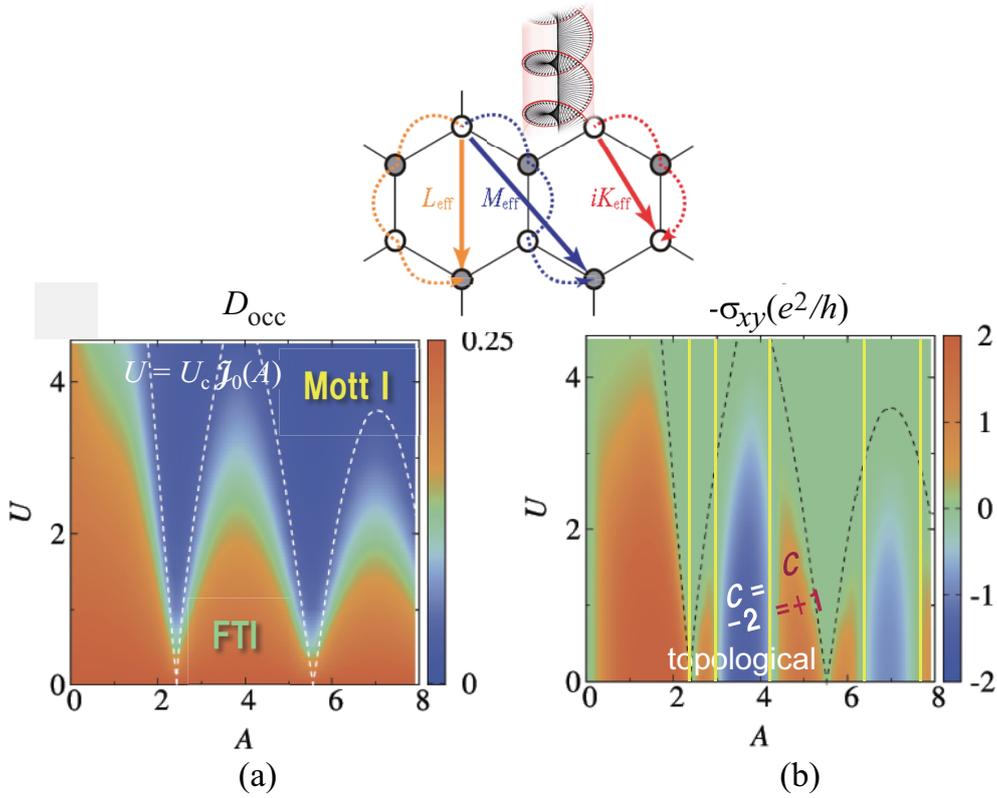


図 43 上段：蜂の巣格子上で斥力  $U$  をもつ Hubbard 模型に円偏光を照射すると、photon に誘起された電子 hopping (点線) のために多重 photon による hopping (矢印) が生じる。下段：Hubbard  $U$  とレーザー強度  $A$  に対する相図 [220]。(a) は二重占有率  $D_{\text{occ}}$ 、(b) はホール伝導度  $\sigma_{xy}$  をカラープロット。FTI は Floquet トポロジカル絶縁体、Mott I は Mott 絶縁体、topological はトポロジカル相、 $C$  は Chern 数を表す。点線は Mott 転移点を与える臨界斥力  $U_c$  を、Floquet バンド幅を支配する 0 次の Bessel 関数  $J_0(A)$  で規格化したもの。

た方法論です。

北村さんは別の非平衡現象の提案として、超伝導体を直線偏光的に揺らすと、超伝導体におけるクーパー対が有限の運動量の箇所に凝縮する、元々 C.N. Yang 達が提案した  $\eta$  ペアリング状態ができるという発案もしています [225] (図 46)。その後、光誘起  $\eta$  ペアリング状態については金子竜也さん (Columbia 大) 等も理論的に提案しています [226]。

別の話題として、一般に固体系を非平衡にしたときに、結晶構造に応じたバンド構造をもつ故に非平衡応答はブリルアン帯の場所に応じて (例えば銅酸化物の用語では nodal 域か antinodal 域かによって) 異なることが、非平衡 DCA、あるいは時間依存 FLEX で示唆されます [227] (図 47)。

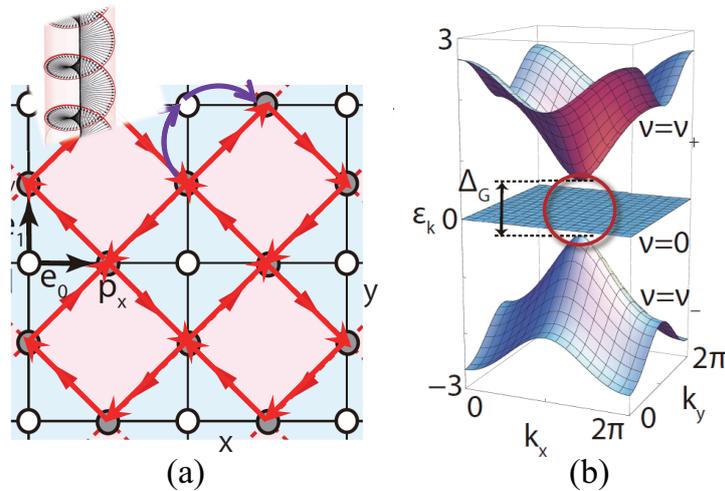


図 44 (a) 平坦バンド模型の一つである Lieb 格子に円偏光を照射すると、photon に誘起された電子 hopping (紫矢印) のために多重 photon による hopping (赤矢印) が生じる。(b) 結果として生じるバンド構造、 $\Delta_G$  はトポロジカル・ギャップ [220]。

以上は電子系、あるいは cold atom 系などに関するものでした。磁性体に円偏光を当てても、いろいろ面白い現象が発生し得ます。例えば、磁化が  $x, y$  面内にある磁性体に、 $x, y$  面内の磁場をもつ円偏光を照射すると、 $z$  方向の磁化が誘起され得ます。高吉さん、岡さんとの仕事です [228]。また、北村さんが示したように、Mott 絶縁体（反強磁性体）に円偏光を当てると、スピン・カイラリティーを誘起することもし得ます [229] (図 48)。

## 8 超伝導体におけるヒッグス・モード

島野亮さんと当時の助教の松永隆佑さん（現在物性研）のグループとはいろいろコラボレートしてきましたが、特に超伝導では、超伝導体における Higgs モードに関する実験・理論の共同研究をしました。超伝導体中の Higgs モードの共鳴現象を見つけた仕事 [230] は、6 名の実験家と、4 名の理論家の共同で、後者のうち 2 名（杉岡新さん、藤田浩之さん）は当時は学部学生でした。Science の論文は Perspective 欄で “Particle physics in a superconductor”（超伝導体中の素粒子物理）という見出しで紹介されました。Higgs といっても素粒子のアナロジーにすぎないではないか、とおもわれるかもしれませんが、南部理論の出発点が超伝導であったことを思い出せば、感慨があります [231]。

先ず島野さんのグループが実験的に、超伝導体にテラヘルツ・レーザー・パルスを当て

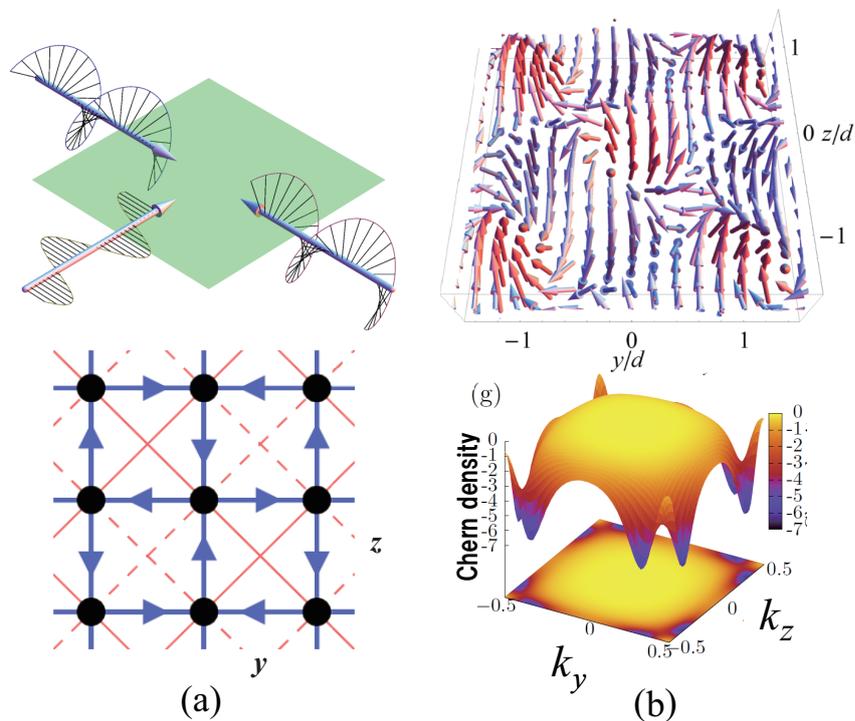


図 45 (a) 冷却原子系に特定のレーザー群を照射すると (上)、実効的にトポジカル・モット絶縁体を実現するチェッカーボード格子模型 (下) となる [9]。 (b) 生じた状態の擬スピン表示 (上、実空間) と、Chern 密度 (下、 $k$  空間) を示す。

ると、パルスが去った後に振動が発生することを見出しました [232]。これは、パルスで系を励起した後その応答をプローブする、というポンプ・プローブ実験の一種です。観測した振動は、その振動数が超伝導ギャップときれいに相関していて、これが、超伝導体中で、超伝導秩序の振幅に関する集団励起モード (Higgs モード) からくることと整合します。さらに、パルスを当てている最中に何が起きるか、という実験および理論が Science 論文 [230] の内容です。当時、辻さんが丁度非平衡理論を超伝導に適用し始めた時期でもありました。この現象の機構は、Higgs モードは電荷をもたないので超伝導体と直接には結合しないが、非線形効果としては結合し、特に Higgs モードに共鳴したときに巨大な第三高調波生成 (third-harmonic generation; THG) が現れる、というのが骨子です [230, 233] (図 49)。この現象は超伝導の London 方程式の非線形バージョンで記述されます。これにより、振動数  $\omega$  の光を超伝導体に入れるとヒッグス・モードと共鳴して、 $3\omega$  の光 (THG) が出てくることになります。このように、この現象は非線形かつ非平衡です。直感像として

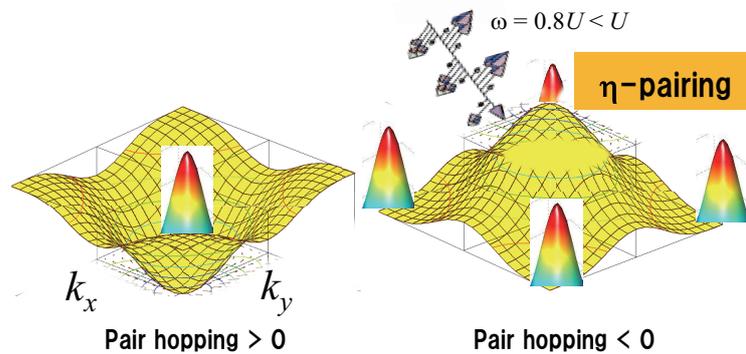


図 46 AC 外場を印加して pair hopping の符号を制御することにより誘起される  $\eta$  ペアリング状態（ブリルアン帯の端に凝縮）[225] を模式的に示す。

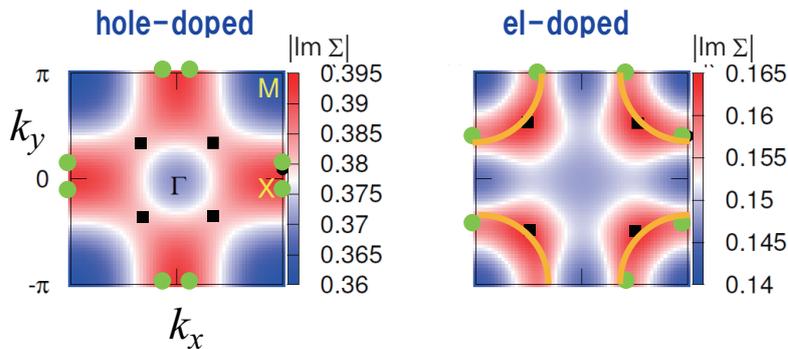


図 47 Hubbard 模型において斥力  $U$  を変化させて非平衡にした後の、自己エネルギー  $|\text{Im } \Sigma|$  の変化を  $k$  空間で表示 [227]。左は hole-doped、右は electron-doped の場合、オレンジ線や緑点はフェルミ面位置を示す。

は、超伝導状態を Anderson の擬スピン (pseudospin)[234] で表すと、擬スピンの集団的歳差運動と光とが共鳴します (図 50)。

注意が必要なのは、Higgs モードの分散の最低エネルギー点は、準粒子励起の連続スペクトルの下端と、BCS 理論では一致します (図 51(a))。そのため、レーザーを当てたときの応答には、集団的な Higgs モードだけではなくて、準粒子励起も同じ周波数において寄与し、一般的には両方の寄与があるはずで。実際、ローマ大のベンファット (Lara Benfatto) のグループは、BCS 近似の範囲内では準粒子励起の寄与の方が大きいことを指摘しました。そこで我々は、平均場的な BCS 理論を超えた効果を取り入れてみました [235]。Higgs モードを記述する THG に対する感受率のダイアグラムは、(ラマン散乱の

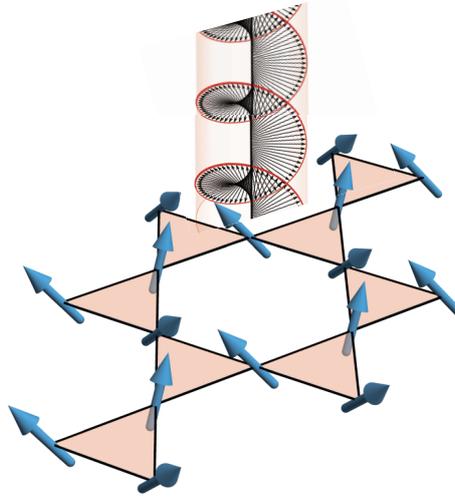


図 48 強結合 Hubbard 模型の Mott 絶縁相に円偏光を当てると誘起されるスピン・カイラリティーの概念図 [229]。矢印は各スピンの向き（ここではカゴメ格子上）。

用語を使うと) nonresonant, mixed, resonant という三種類から成ります (図 51(b))。BCS の範囲内では nonresonant 項だけが寄与し、残りは消えますが、これはこの近似のせいです。一般には後二者も寄与し、実際、BCS 近似を超えるとそれらの寄与は大きいことが示されます。物理的には、島野実験で用いられたのは従来型低温超伝導体 NbN ですが、これは強結合超伝導なのでフォノン媒介引力の遅延効果が大きく、この効果を入れると Higgs モードの応答が増強され、Higgs の寄与は準粒子の寄与と少なくとも同程度ということが示され、これは非平衡 DMFT でも確認されます [211] (図 51(c))。Higgs の寄与と準粒子の寄与はレーザーの偏光方向と結晶軸方向の相対角依存性を見ることにより実験的に分離可能、との点も我々は指摘し、これは島野研における単結晶超伝導体を用いた新たな実験で実証され、Higgs の寄与が大きいことがはっきり示されました [236]。

このような実験では、島野研で行っているようにテラヘルツ (THz) 光をよく使います。テラヘルツは、その光子エネルギーが、サイクロトロン・エネルギーや (低温) 超伝導のギャップ ( $\sim \text{meV}$ ) の領域なので、超伝導体や量子ホール系をプローブしたり非平衡現象を誘起したりする際に要となります。

島野の実験グループの次のターゲットは異方的ペアリングをもつ高温超伝導体におけるヒッグス・モードです (図 52)。これについて理論的にはヴァルマ (Chandra Varma) 達が以前から調べていました [237]。島野グループは辻さん等の理論グループと協力して、銅

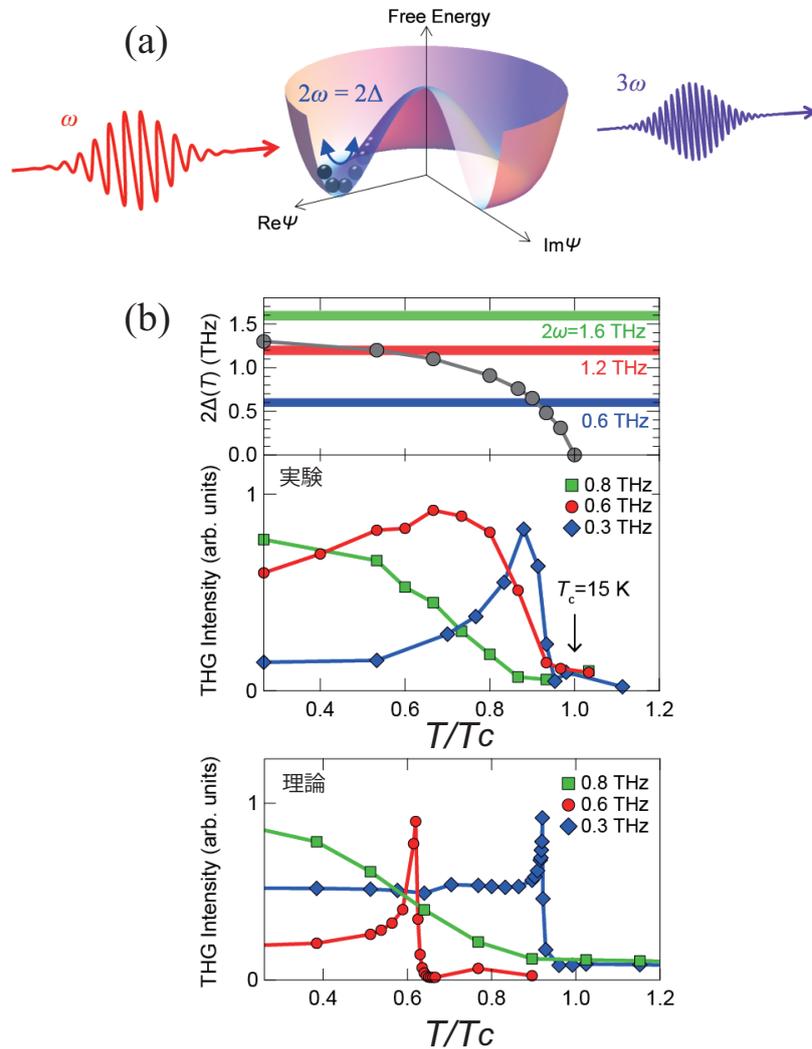


図 49 (a) 超伝導体（自由エネルギー・プロファイルで象徴）にレーザー（振動数  $\omega$ ）を照射すると、Higgs モードが誘起され、第三高調波生成 (THG) が起きる概念図。 $2\Delta$  は超伝導ギャップ。(b) 温度に対して THG に対する実験結果（中段）と理論結果（下段）。上段は  $2\Delta$  とレーザーの  $2\omega$  との関係 [230]。

酸化物高温超伝導体  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+x}$  の応答を THz ポンプ・近赤外プローブ法を用いて調べました [238]。異方的 (d 波) 超伝導体に対しては、応答を結晶の正方対称性の既約表現に分解して解析する必要がありますが、単結晶試料に対してポンプ光、プローブ光のそれぞれの偏光面を回転させて調べることにより、この分解を実行し、その結果、 $A_{1g}$  既約表現成分が大きく、これは理論的に Higgs モードの寄与が支配的であることを示します。この研究はガレー (Yann Gallais) さん (パリ・デイドロ大学；当時東大理学系国際卓越大

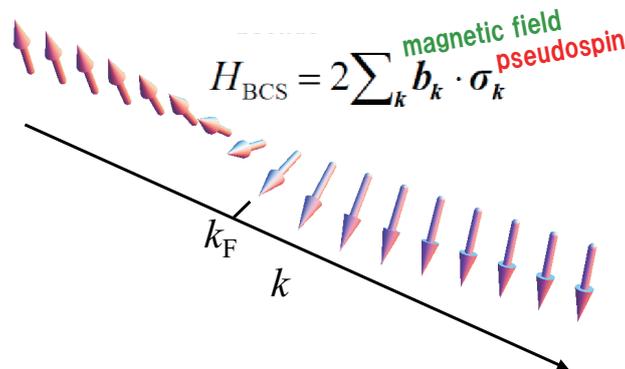


図 50 Anderson の pseudospin (矢印) で表わした BCS 状態 [230]。BCS ハミルトニアンは、擬磁場 ( $\mathbf{b}$ ) 中の pseudospin( $\sigma$ ) として表される。

学院コース (GSGC) 客員教授) との共同で、*Phys. Rev. Lett.* の Editor's suggestion にもなりました。

ちなみに、非平衡超伝導の分野では、高温超伝導体にレーザー照射すると  $T_C$  が大幅に上昇するという実験報告がハンブルク MPI の Cavalleri グループからなされていて、本当に超伝導状態なのかどうかについてはいまだに controversial で、我々が本誌の解説 [212] で触れたように、今の段階では様々な理論的問題の理解が必要なので解明は将来課題と考えられます。

Higgs モードは振幅モードですが、2ギャップ超伝導体のように、複数の超伝導秩序があるときは、二つの秩序の位相が逆位相で振動するモードが存在します。レゲット (Anthony Leggett) さんが見つけたので (1960 年代の日本での仕事)、**Leggett** モードといわれています [第 53 図 (a)]。例えば  $\text{MgB}_2$  は  $\sigma$  バンドと  $\pi$  バンドをもつために 2ギャップ超伝導になり、実際 Leggett モードが実験観測されています。そのような背景があるので、2 バンド超伝導体における Higgs モードと Leggett モードを、島野研の室谷さんと理論的に調べました [239]。これは室谷さんが学部学生のと時の仕事です。そこで、(a) 2 バンド超伝導体では Higgs モードは 2 本存在し、それらとレーザーの非線形結合は異なる共鳴幅をもつ、(b) Leggett モードは位相モードではあるが、非線形効果を通して電場により励起されて、特徴的な温度依存をもつ、(c) これら Higgs モード、Leggett モードは 3 次高調波発生に寄与する、などが分かりました [図 53(b)]。

その後の発展としては、Higgs モードにおける不純物効果があります。この不純物効果

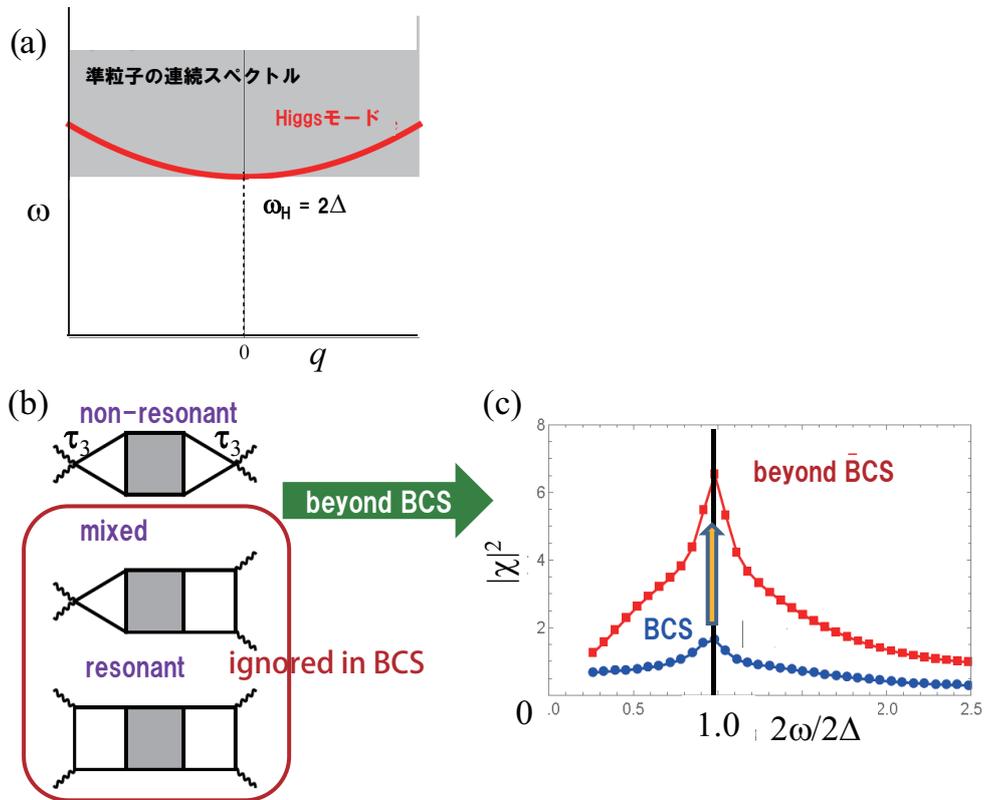


図 51 (a) 超伝導体の Higgs モードの分散 (実線) と、準粒子の連続スペクトル (灰色の領域)。 (b) THG 感受率  $\chi$  に寄与する 3 種のダイアグラム。 (c) 非平衡 DMFT による  $\chi$  に対する結果を、BCS 理論と、それを超えてバーテックス補正を入れた場合で比較 [211]。

は重城貴信さんにより計算されており [240]、不純物散乱強度を増やすにつれ、Higgs に対応するピークは小さくなりながら変形することが示されています。その後室谷さん等が、不純物効果を 2 バンド超伝導体における Higgs モードと Leggett モードに対して理論的に調べました [241]。これは、2 バンド超伝導体における Higgs モードの上記の仕事に、非磁性不純物散乱の効果を取り入れて非線形応答を調べたものです。結果を見ると、Leggett モードには不純物散乱による増強が効かない一方で、Higgs モードは増強されるということで、フォノンの遅延効果との兼ね合いに興味を持たれます [242]。

Leggett モードについては、鉄系超伝導体が発見された当時、この超伝導体は多バンド超伝導なので、Leggett モードがあるのではないかと私はおもい、原子力機構の町田昌彦さん [243] のグループの太田幸宏さん達と理論的に調べました [244]。その興味は、鉄系

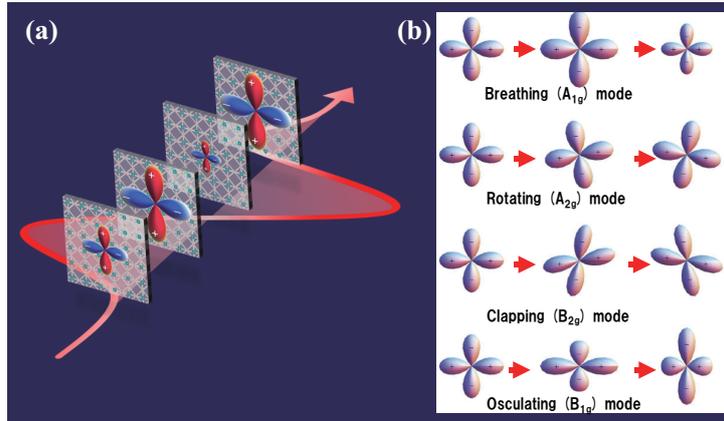


図 52 d 波超伝導体における (a) レーザーとの結合の概念図 [238]、(b) 様々な励起モード [237]。

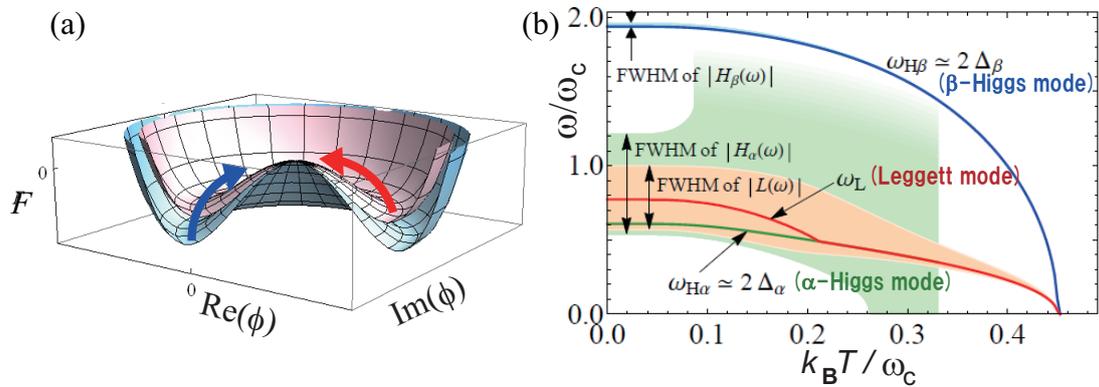


図 53 (a) 2 バンド超伝導体における Leggett モードの概念図。ワイン瓶底状の自由エネルギー ( $F$ ) において、異なるバンド (赤と青) の超伝導ギャップ関数の位相が逆方向に振動。(b) Higgs モード ( $\omega_{H\alpha}, \omega_{H\beta}$  の 2 種ある) ならびに Leggett モード  $\omega_L$  のエネルギー・スペクトルの温度依存性の理論結果 [239]。色付けされた帯は共鳴幅を表す。

は少なくとも 3 バンドが関与しているので、2 バンド系に比べて何か面白いことはないだろうか、という動機でした。実際、3 バンド超伝導体では Leggett モードが複数現れ、とくにバンド間ジョセフソン結合の強さが 3 バンド間で拮抗している場合には異常なことが起きます。図 54 のように、3 バンド系での Leggett モードのエネルギーが計算できなく

なる領域がパラメータ空間上に現れます。当初はなぜ計算が収束しなくなるかが分からなかったのですが、実はこの計算にはギャップ関数が実数であるという仮定をしていましたが、その前提が必ずしも成り立たないのです。計算が収束しなかった領域では、三個あるギャップ関数が複素数になる（つまり時間反転が自発的に破れた超伝導が強制される）という面白い現象があるのです。

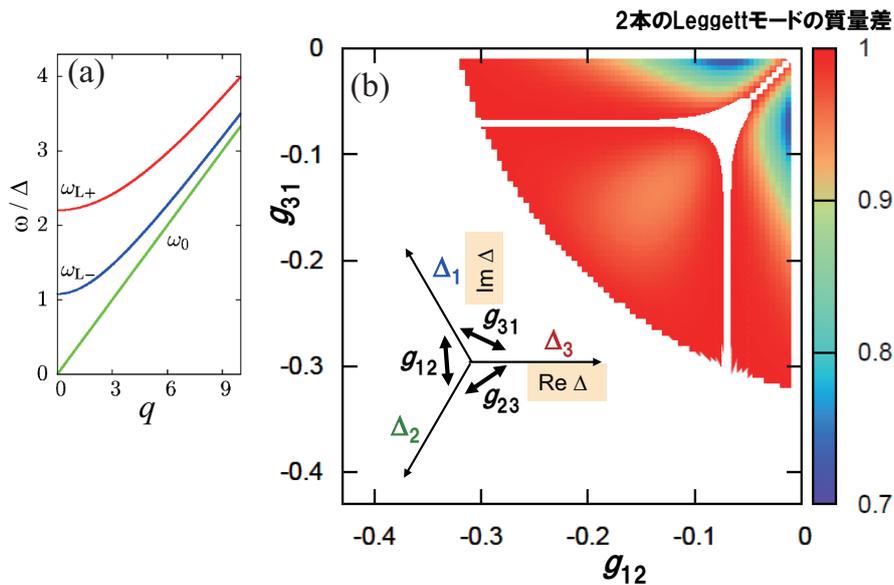


図 54 (a) 3 バンド超伝導体における Leggett モード ( $\omega_{L+}, \omega_{L-}$  という複数本が存在) の分散。(b) この分散における質量の差のカラープロット [244]。添図は、ギャップ関数  $\Delta$  が三種類あり、バンド間ジョセフソン結合の強さ  $g_{ij}$  が拮抗している場合には  $\Delta$  (横軸：実部、縦軸：虚部) が複素にならざるを得ないことを表わす。

以上のような光による非平衡現象やモードの励起への様々な展開からのメッセージとしては、光を当てると色々面白い現象が発生するという事です。ゲートではありませんが、「もっと光を」です。

## 9 おわりに

そろそろこの連載も閉じることにしましょう。本稿は、連載第一回冒頭でも申しましたように、私の定年退職の際の「最終講義」に基づき、そして国際シンポジウム *New Horizons in Condensed Matter Physics* (2016 年 6 月) [245] での講演も骨子として、それを大幅に敷衍したものです。将来展望について私見を一言触れてみましょう [246]。先ず

大きな流れとして、固体物理の中で半導体、磁性体、超伝導体といった区分が融合することにより視界が開けてきましたが、このような流れはますます当然のことになるとおもいます。物性物理における場の理論的な考え方もさらに拡がって行くことが予想されます。非従来型超伝導についていえば、高温超伝導の問題は本当に総合判断を要求されるもので、どれか一つを何かしさえすればよいという単純な問題の対極に位置するようです。新奇なモデルを設計をすとか、超伝導のボゾン交換機構を超える、非平衡超伝導を探索する、などが将来性が高いと個人的には感じられます。

長い研究生活の上で、いろいろと共同研究する機会に恵まれました。特に実験家とのコラボレーションは、本稿でも色々出てきたように、実り多いものでした。秋光研に何度も訪れて行った **brainstorming** も一つの財産になりました。国際的なコラボレーションもいろいろやってきました。このように、私はお名前を挙げきれない多くの方々との共同研究や議論により支えられてきており、本当に感謝したいとおもいます。また、様々な研究資金の恩恵を受け、共同研究も実現しました。例えば、科研費基盤研究 (A) 「軌道純化に基づく高温超伝導体の圧力・非平衡制御と転移温度増強の理論・実験的研究」(代表者: 青木、2014-2018) や、新学術「原子層科学」(領域代表: 斎藤理一郎氏、2013-2017)、基盤 S 「トポロジカル相でのバルク・エッジ対応の多様性と普遍性: 固体物理を越えて分野横断へ」(代表者: 初貝安弘氏、2017-2021)、CREST “トポロジー” (代表者: 胡曉氏、2018-) 等に加わることができました。超伝導については、EU-Japan “LEMSUPER” [日本側代表者: 岩佐義宏氏 (東大物工)、EU 側代表者: プラシデス氏 (Kosmas Prassides, Durham)、2011-2014] においても、ヨーロッパの研究者と色々交流しました。革新的プログラム ImPACT では山本喜久さん (Stanford、現 NTT Labs, California) がプログラムマネージャーをされたプロジェクト (2015-2018) にも参加することができました。共同研究以外でも、様々な物理学者に接することができたのも貴重な体験でした。これも枚挙にいとまがないのですが、私が学生の頃に印象深いのはブロッホ (Felix Bloch) にも会ったことです。このとき我々が交わした会話は文献 [247] に収録してあります。

本も何冊か書きました。例えば大学院生向けの教科書で、草部さん、黒木さん、中島さんとの共著の 3 巻 [19] や、『超伝導入門』[248] などです。東大出版会からは「UT Physics」という新しいシリーズも、風間洋一さん (素粒子物理)、佐野雅己さん (非平衡物理)、須

藤靖さん（宇宙論）とともにシリーズ・エディターとして立ち上げました [249]。物理以外では、生物学も面白いと思っています。昔は、生物学はプランク定数（つまり量子力学）とは関係ないといわれていたのですが、最近では quantum biology がかなりリアリティになってきているようで、そのあたりも興味をそそられます [250]。非平衡は生物学においても本質的な要素です [251]。

私自身研究を楽しんできましたが、特に何人もの研究者を育てることができたのが冥利に尽きるとおもいます。大学院だけでなく、学部教育でも、学部の「理論演習」という授業で私は論文にできることをいつも目指し、かなりの打率で出版できました。これについては以上でも触れた他にも、例えば桂法称さんが 2003 年にやった、一般 ( $D$ ) 次元における相対論的水素原子において、3 次元水素原子の場合に Johnson-Lippmann 演算子により記述される代数構造が一般次元に拡張でき、それが厳密な超対称性 (SUSY) を内蔵しているという仕事 [252] があります。また、平坦バンドについては本連載でも電子系平坦バンドとして度々触れましたが、フォトニクスとしてもフォトニック結晶において、カゴメ格子を考えると平坦なフォトニック・バンドができます [253] (図 42(b))。これは遠藤晋平さん（現 東北大）が学部学生のとときの仕事です。さらに、渡辺悠樹さん（現 東大）は、2 個存在するディラック・コーンのエネルギー縮退をシフトさせる理論を提案しました [171]。渡辺さんはその後 Berkeley に行き、村山斉さんと、破れた対称性の数と南部・ゴールドストーン・モードの数の関係についての仕事をしました [254]。その後も、「南部・ゴールドストーンの定理」と相補的ともいえる Lieb-Schultz-Mattis 定理の発展に関連して、トポロジカル秩序との関連や、fragile topology という概念 [255] を Ashvin Vishwanath 等と発展させています。このように、理論演習は様々な授業の中で楽しいものの一つでした。というのも、基本的でもオリジナルな仕事のできる機会であり、修士や博士の学位論文と違って、結果が出なくても挑戦することに意味があるので、野心的なことでも割と躊躇なくできるからです。学生の方々も良く挑戦してくれました [256]。Oxbridge (Oxford 大学、Cambridge 大学) における tutorial に対応するものだとおもっています。

若い方に勧めたいのは、自然科学者として生きて行く上で生涯の趣味をもつと良いのではないかと、ということです。私自身は音楽が趣味で、退職記念の国際シンポジウムの懇親会でも、妻とピアノ連弾を些かしたりしました。ちなみに音楽は、私は広い意味では科

学の範疇とおもっており、実際、6世紀に発してルネサンス時代に再認識されたものに **Quadrivium** があり [257]、今の言葉でいえば一般教養でしょうか。その必要な要素とし理学（代数、幾何、天文学）と音楽があり、その辺りは大体同じ学問だという認識があったのです。Einstein も、「音楽と研究はお互いに調和して補完する」と言っています [258]。

最後に一言、大学での研究室ガイダンスで私は、「研究に必要なものは情熱」と必ず強調しました。研究は試行錯誤の連続ですし、今は言うまでもなく時代は厳しさの極みですが、そうすると短期的な（数年の）タイムスパンにを念頭におきがちですが、逆に基礎科学は、長い数十年のタイムスケールで進むものだと思います。というわけで大事なこととして若い方に望むのは、鴻鵠の志をもって大きなことをやってほしいということです。テーマを探索するときに arXiv に気を取られているうちに、本当はもっと大きな landscape が別のところに幾つもあるかもしれません。そういうことも念頭に置いてやってほしいと思っています。それによって物性物理学の、次のルネサンスを若い世代が立ち上げるのを期待しています。

## 参考文献

- [1] 秋光 純、芝内孝禎、遠山貴巳、前田京剛（編）：固体物理「超伝導の新しい潮流」特集号 **51** (2016)。理論については、同号の青木秀夫、p.591。
- [2] T. Oka and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **79**, 081406(R) (2009) [erratum: **79**, 169901(E) (2009)].
- [3] H. Aoki, *J. Superconductivity and Novel Magnetism* **33**, 2341 (2020).
- [4] 例えば 1990 年代には青木秀夫、川上則雄、永長直人（編）：物理学論文選集「物性物理における場の理論的方法」（日本物理学会、1995）が編まれている。また、湯川国際セミナー「低次元場の理論と物性物理」も行われた [青木秀夫、*固体物理* **26**, 913 (1991)]。
- [5] これは 2000 年頃から盛んになり、文献は多いが、例えば S.G. Louie in S.G. Louie and M.L. Cohen (editors): *Conceptual foundations of materials* (Elsevier, 2006), p.9; 青木秀夫、樽茶清悟、十倉好紀（編）：「相関電子系の物質設計」特集号、*固体物理* **36**、第 10 号 (2001)。

- [6] E. Pavarini, I. Dasgupta, T. Saha-Dasgupta, O. Jepsen, and O. K. Andersen, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 047003 (2001).
- [7] H. Sakakibara, H. Usui, K. Kuroki, R. Arita and H. Aoki, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 057003 (2010); H. Sakakibara et al, *Phys. Rev. B* **85**, 064501 (2012) (Editor's Suggestion); *Phys. Rev. B* **86**, 134520 (2012); *Phys. Rev. B* **89**, 224505 (2014).
- [8] M. G. Yamada, T. Soejima, N. Tsuji, D. Hirai, M. Dincă and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **94**, 081102(R) (2016).
- [9] S. Kitamura, N. Tsuji and H. Aoki, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 045304 (2015).
- [10] N. Tsuji, T. Oka, P. Werner and H. Aoki, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 236401 (2011) (Editors' Suggestion; Viewpoint); *Phys. Rev. B* **85**, 155124 (2012) ; 辻 直人、岡 隆史、青木秀夫、*固体物理* **48**, 425 (2013)。
- [11] J. W. McIver, B. Schulte, F.-U. Stein, T. Matsuyama, G. Jotzu, G. Meier and A. Cavalleri, *Nature Physics* **16**, 38 (2020).
- [12] K. Kuroki, S. Onari, R. Arita, H. Usui, Y. Tanaka, H. Kontani and H. Aoki, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 087004 (2008). 黒木和彦、有田亮太郎、青木秀夫、*日本物理学会誌* **64**, 826 (2009) も参照。
- [13] K. Kuroki, H. Usui, S. Onari, R. Arita and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **79**, 224511 (2009).
- [14] S. Tsuneyuki, M. Tsukada, H. Aoki and Y. Matsui, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 869 (1988); S. Tsuneyuki, Y. Matsui, H. Aoki and M. Tsukada, *Nature* **339**, 209 (1989); H. Aoki and S. Tsuneyuki, *Nature* **340**, 193 (1989); S. Tsuneyuki, H. Aoki, M. Tsukada and Y. Matsui, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 776 (1990).
- [15] H. Aoki and T. Ando, *Solid State Commun.* **38**, 1079 (1981) [(reprinted as *Solid State Commun.* **88**, 951 (1993)].
- [16] H. Aoki, N. Tsuji, M. Eckstein, M. Kollar, T. Oka and P. Werner, *Rev. Mod. Phys.* **86**, 779 (2014).
- [17] H. Aoki and H. Kamimura, *J. Phys. Soc. Japan* **39**, 1169 (1975).
- [18] X.Y. Zhang, M.J. Rozenberg and G. Kotliar, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1666 (1993).
- [19] 青木秀夫監修：多体電子論、第 I 巻：草部浩一、青木秀夫：「強磁性」（東京大学出版

- 会、1998) ; 第 II 卷 : 黒木和彦、青木秀夫 : 「超伝導」 (1999) ; 第 III 卷 : 中島龍也、青木秀夫 : 「分数量子ホール効果」 (1999)。
- [20] *Proc. 2nd Int. Conf. on the Electronic Properties of Two-Dimensional Systems* (Berchtesgaden, 1977) ed. by J.F. Koch and G. Landwehr (North-Holland: Amsterdam, 1978) [*Surf. Sci.* **73** (1978)].
- [21] 青木秀夫、*固体物理* **35**, 451 (2000)。Mott 自身による自叙伝は *Nevill Mott: A Life in Science* (Taylor & Francis, 1986)。
- [22] M. Kaveh and N.F. Mott, *J. Phys. C* **14**, L177 (1981)。
- [23] H. Aoki, *J. Phys. C* **13**, 3369 (1980)。多体系については、A. Shimizu, H. Aoki and H. Kamimura, *J. Phys. C* **19**, 725 (1986)。
- [24] 例えば、森垣和夫、米沢富美子、嶋川晃一 (編) *固体物理「アモルファス半導体と関連物質」* 特集号、**37**, No.12 (2002)。桑野幸徳「太陽電池はどのように発明され成長したのか—太陽電池開発の歴史」(オーム社、2011) も参照。
- [25] G. Matmon et al, *Phys. Rev. B* **97**, 155306 (2018)。
- [26] S. F. Edwards and P. W. Anderson, *J. Phys. F* **5**, 965 (1975)。
- [27] 松井義人、坂野昇平 (編) : 「岩石・鉱物の地球化学」(岩波、1992)。
- [28] 松井義人、*固体物理* **22** (1987)。
- [29] J. Maddox, *Nature* **335**, 201 (1988)。
- [30] M. L. Cohen, *Nature* **338**, 291 (1989)。
- [31] 例えば G. Desiraju, *Nature Materials* **1**, 77 (2002)。
- [32] T. G. Sharp et al, *Science* **284**, 1511 (1999); A. E. Goresy et al, *Science* **288**, 1632 (2000)。
- [33] H. Aoki, Y. Syono and R. J. Hemley (ed): *Physics Meets Mineralogy — Condensed-Matter Physics in Geosciences* (Cambridge Univ. Press, 2000) は、造岩鉱物と固体物理の学際的観点から、多様な結晶構造を論じている。この本の書評は、*Acta Crystallographica A* **58**, 303 (2002)。
- [34] T. Kennedy and E. H. Lieb in T.C. Dorlas et al, (eds), *Statistical mechanics and field theory: mathematical aspects* (Lecture Notes in Physics, vol.257) (Springer, Berlin,

- Heidelberg, 2005).
- [35] Elliott H. Lieb: *The stability of matter: from atoms to stars* (4th ed., Springer 2005). 序文には F. Dyson が寄稿。
- [36] R. Arita, T. Miyake, T. Kotani, M. van Schilfgaarde, T. Oka, K. Kuroki, Y. Nozue and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **69**, 195106 (2004) ; 有田亮太郎、青木秀夫、野末泰夫、日本物理学会誌 **62**, 694 (2007)。
- [37] R. Akashi, M. Kawamura, S. Tsuneyuki, Y. Nomura, and R. Arita, *Phys. Rev. B* **91**, 224513 (2015); R. Akashi et al, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 075503 (2016).
- [38] M. Murakami et al, *Science* **304**, 855 (2004); A. R. Oganov and S. Ono, *Nature* **430**, 445 (2004). K. Ohgushi et al, *Phys. Rev. B* **74**, 241104(R) (2006) も参照。Post-perovskite 構造をもつ物質の第一原理電子状態の例は、R. Carcas and R.E. Cohen, *Phys. Rev. B* **76**, 184101 (2007).
- [39] <http://cms.phys.s.u-tokyo.ac.jp/>
- [40] Daniel J. Amit: *Field theory, the renormalization group, and critical phenomena* (McGraw-Hill, 1978).
- [41] 教材は H. de Raedt et al, *Phys. Rep.* **127**, 233 (1985); J.E. Hirsch, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 228 (1987).
- [42] 青木秀夫、大栗博司、日本物理学会誌 **65**, 638 (2010)。会議の組織委員は青木、大栗の他に押川正毅（物性；東大物性研）、高柳 匡（素粒子；IPMU、現 京大基研）、笠 真生（物性；カリフォルニア大学バークレー校）の各氏。
- [43] 青木秀夫、大栗博司、*固体物理* **42**, 505 (2007) [大栗博司：「素粒子のランドスケープ」(数学書房、2012) に再録]。この対談は、大栗氏が、21 世紀 COE プログラム「極限量子系とその対称性」の客員教授として 2007 年春に東京大学に滞在した折に行われた。
- [44] 例えば、藤川和男：経路積分と対称性の量子的破れ（岩波書店、2001）。K. Ishikawa, *Phys. Rev. Lett.* **53**, 1615 (1984) も参照。
- [45] Hermann Weyl: *Raum-Zeit-Materie* (Springer, 1919; その後何度も再版)。ちなみに、A. Einstein: *Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie — Gemein-*

*verständlich* (Vieweg, Braunschweig, 12th ed., 1921) という本をもっているが、その前書きの「第三版への追記」をみると、「本年(1918)、H. Weyl の“Raum.Zeit.Materie”が出版され、数学者、物理学者に暖かく推薦したい」とある。

- [46] 例えば、Alexander Altland and Ben Simons: *Condensed matter field theory*, 2nd ed. (Cambridge Univ. Press, 2010); Eduardo Fradkin: *Field theories of condensed matter physics*, 2nd ed. (Cambridge Univ. Press, 2013); 永長直人: 物性論における場の量子論 (岩波書店、1995); 電子相関における場の量子論 (岩波書店、1998)。
- [47] 一番最近では、彼女は axion についての論文 [J. Gooth et al, *Nature* **575**, 315 (2019)] も出しているの、素粒子がよく揃っているといえる。
- [48] B. T. Matthias in *Proc. 8th Int. Conf. on Low Temperature Physics*, ed. by R. O. Davies (Butterworths, London, 1963), p. 135. Kohn-Luttinger 定理 [W. Kohn and J. M. Luttinger, *Phys. Rev. Lett.* **15**, 524 (1965)] も参照。
- [49] K. Kuroki and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **60**, 3060 (1999).
- [50] P. Monthoux and G.G. Lonzarich, *Phys. Rev. B* **59**, 14598 (1999).
- [51] R. Arita, K. Kuroki and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **60**, 14585 (1999); *J. Phys. Soc. Japan* **69**, 1181-1191 (2000).
- [52] K. Kuroki, R. Arita and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **60**, 9850 (1999).
- [53] K. Kuroki, R. Arita and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **63**, 94509 (2001); R. Arita, S. Onari, K. Kuroki and H. Aoki, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 247006 (2004); R. Arita, K. Kuroki, and H. Aoki, *J. Phys. Soc. Jpn* **73**, 533 (2004).
- [54] S. Onari, R. Arita, K. Kuroki and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **73**, 014526 (2006).
- [55] R. Arita, S. Onoda, K. Kuroki and H. Aoki, *J. Phys. Soc. Japan* **69**, 785 (2000).
- [56] S. Onari, K. Kuroki, R. Arita and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **65**, 184525 (2002); S. Onari, R. Arita, K. Kuroki and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **68**, 024525 (2003).
- [57] カノニカル変換と QMC を使った解析は *Phys. Rev. B* **42**, 2125 (1990); *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3820 (1992); *Phys. Rev. B* **48**, 7598 (1993)。Bosonization と QMC を使った解析は K. Kuroki and H. Aoki, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2947 (1994)。総説としては K. Kuroki and H. Aoki in *Quantum Monte Carlo methods in condensed matter physics*,

- ed. by M. Suzuki (World Scientific, Singapore, 1993), p.205; H. Aoki in *New horizons in low-dimensional electron systems*, ed. by H. Aoki, M. Tsukada, M. Schlüter and F. Lévy (Kluwer Academic, Dordrecht, 1992), p.261.
- [58] F. Hardy, N. J. Hillier, C. Meingast, D. Colson, Y. Li, N. Barisic, G. Yu, X. Zhao, M. Greven, and J. S. Schilling, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 167002 (2010). この論文では実際に一軸圧をかけたのではなく、各軸方向の熱膨張率からエーレンフェスト (Ehrenfest) 関係式を通して  $T_c$  の圧力効果を得た。
- [59] S. Wang, J. Zhang, J. Yan, X.-J. Chen, V. Struzhkin, W. Tabis, N. Barisic, M.K. Chan, C. Dorow, X. Zhao, M. Greven, W.L. Mao, and T. Geballe, *Phys. Rev. B* **89**, 024515 (2014).
- [60] TPSC でも  $T_c$  ドームが記述される [例えば D. Ogura and K. Kuroki, *Phys. Rev. B* **92**, 144511 (2015)]。
- [61] M. Kitatani, N. Tsuji and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **92**, 085104 (2015).
- [62] J. Gukelberger, L. Huang, and P. Werner, *Phys. Rev. B* **91**, 235114 (2015).
- [63] M. Kitatani, N. Tsuji and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **95**, 075109 (2017).
- [64] この問題は、銅酸化物が発見された当初から議論された [例えば、P. A. Lee and N. Read, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2691 (1987)]。
- [65] Y. J. Uemura, *J. Phys. Condens. Matter* **16**, S4515 (2004).
- [66] K. Kuroki and H. Aoki, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4400 (1996); **78**, 161 (1997); *Phys. Rev. B* **56**, R14287 (1997) ; 黒木和彦、青木秀夫、日本物理学会誌 **54**, 557 (1999)。
- [67] これを解決する一つの試みは、FLEX+DMFT において、DMFT の impurity solver において、Hubbard 模型に内在するスピンの SU(2) 対称性と、擬スピン ( $\eta$  スピンともよばれる) の SU(2) 対称性の両方に注意して扱うというものがある [S. Sayyad, N. Tsuji, M. Capone and H. Aoki, arXiv:1903.05800]。
- [68] FLEX の長短や守谷理論については、高田康民：多体問題特論（朝倉書店、2009）が詳しい。超伝導に関しては、山田耕作：電子相関（岩波書店、1993）；固体物理 **32**, 569 (1997)、高田康民：超伝導（朝倉書店、2019）も参照。ダイアグラムの基本については、私自身は学生のころ A.L. Fetter and J.D. Walecka: *Quantum Theory of*

*Many-Particle Systems* (McGraw-Hill, 1971) に親しんだ。

- [69] G. Rohringer, H. Hafermann, A. Toschi, A. A. Katanin, A. E. Antipov, M. I. Katsnelson, A. I. Lichtenstein, A. N. Rubtsov, K. Held. *Rev. Mod. Phys.* **90**, 025003 (2018).
- [70] M. Kitatani, T. Schäfer, H. Aoki and K. Held, *Phys. Rev. B* **99**, 041115(R) (2019).
- [71] E. Gull, O. Parcollet, and A. J. Millis, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 216405 (2013).
- [72] S. Sakai, S. Blanc, M. Civelli, Y. Gallais, M. Cazayous, M.-A. Méasson, J. S. Wen, Z. J. Xu, G. D. Gu, G. Sangiovanni, Y. Motome, K. Held, A. Sacuto, A. Georges, and M. Imada, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 107001 (2013).
- [73] K. Kuroki and H. Aoki, *J. Phys. Soc. Japan* **67**, 1533 (1998).
- [74] K. Kuroki, H. Aoki, T. Hotta and Y. Takada, *Phys. Rev. B* **55**, 2764 (1997).
- [75] R. Arita, K. Kusakabe, K. Kuroki and H. Aoki, *J. Phys. Soc. Japan* **66**, 2086 (1997).
- [76] J. A. Wilson, *J. Phys. C* **21**, 2067 (1988).
- [77] d 軌道と p 軌道のエネルギー差  $\Delta_{dp}$  が小さいと、1 バンド (tJ) 模型に落とした極限でのホッピング  $t_{\text{eff}} \sim t_{dp}^2/\Delta_{dp}$  は大きくなる。
- [78] D. Li, K. Lee, B. Y. Wang, M. Osada, S. Crossley, H. R. Lee, Y. Cui, Y. Hikita, and H. Y. Hwang, *Nature* **572**, 624 (2019). 紹介記事は G. A. Sawatzky, *Nature* **572**, 592 (2019).
- [79] Y. Nomura, M. Hirayama, T. Tadano, Y. Yoshimoto, K. Nakamura, and R. Arita, *Phys. Rev. B* **100**, 205138 (2019); X. Wu, D. Di Sante, T. Schwemmer, W. Hanke, H. Y. Hwang, S. Raghu, and R. Thomale, *Phys. Rev. B* **101**, 060504(R) (2020); H. Sakakibara, H. Usui, K. Suzuki, T. Kotani, H. Aoki, and K. Kuroki, *Phys. Rev. Lett.* **125**, 077003 (2020) (Editors' suggestion); M. Kitatani, L. Si, O. Janson, R. Arita, Z. Zhong and K. Held, *npj Quantum Materials* **5** (2020) 59.
- [80] K. Nishiguchi, K. Kuroki, R. Arita, T. Oka and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **88**, 014509 (2013).
- [81] K. Nishiguchi, S. Teranishi, K. Kusakabe and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **98**, 174508 (2018).
- [82] T. Kimura, K. Kuroki and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **54**, R9608 (1996); **54**, R15641 (1996); *J. Phys. Soc. Japan* **66**, 1599 (1997); **67**, 1377 (1998).
- [83] L. Balents and M.P.A. Fisher, *Phys. Rev. B* **53**, 12133 (1996).

- [84] W. M. Li, J. F. Zhao, L. P. Cao, Z. Hu, Q. Z. Huang, X. C. Wang, Y. Liu, G. Q. Zhao, J. Zhang, Q. Q. Liu, R. Z. Yu, Y. W. Long, H. Wu, H. J. Lin, C. T. Chen, Z. Li, Z. Z. Gong, Z. Guguchia, J. S. Kim, G. R. Stewart, Y. J. Uemura, S. Uchida, and C. Q. Jin, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **116**, 12156 (2019). 内田慎一、[革偏に斤という漢字] 常青、*固体物理* **55**, 275 (2020) も参照。
- [85] K. Yamazaki, M. Ochi, D. Ogura, K. Kuroki, H. Eisaki, S. Uchida, and H. Aoki, *Phys. Rev. Research* **2**, 033356 (2020). T. Maier, T. Berlijn, and D. J. Scalapino, *Phys. Rev. B* **99**, 224515 (2019); K. Liu, Z. Y. Lu, and T. Xiang, *Phys. Rev. Materials*, **3**, 044802 (2019); Y. Li, S. Du, Z.-Y. Weng and Z. Liu, *Phys. Rev. Materials* **4**, 044801 (2020); Z. Wang, S. Zhou, W. Chen, and F.-C. Zhang, *Phys. Rev. B* **101**, 180509 (2020) も参照。
- [86] K. Kuroki and R. Arita, *Phys. Rev. B* **63**, 174507 (2001); *Phys. Rev. B* **64**, 024501 (2001).
- [87] K. Kuroki, S. Onari, Y. Tanaka, R. Arita, and T. Nojima, *Phys. Rev. B* **73**, 184503 (2006).
- [88] T. Kimura, Y. Zenitani, K. Kuroki, R. Arita and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **66**, 212505 (2002).
- [89] K. Kuroki, T. Higashida, and R. Arita, *Phys. Rev. B* **72**, 212509 (2005).
- [90] K. Kobayashi, M. Okumura, S. Yamada, M. Machida, and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **94**, 214501 (2016).
- [91] I. Affleck, T. Kennedy, E. H. Lieb, and H. Tasaki, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 799 (1987).
- [92] S. Takayoshi, H. Katsura, N. Watanabe and H. Aoki, *Phys. Rev. A* **88**, 063613 (2013).
- [93] 例えば、T. Qian, X.-P. Wang, W.-C. Jin, P. Zhang, P. Richard, G. Xu, X. Dai, Z. Fang, J.-G. Guo, X.-L. Chen, and H. Ding, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 187001 (2011).
- [94] K. Matsumoto, D. Ogura, K. Kuroki, *Phys. Rev. B* **97**, 014516 (2018); *J. Phys. Soc. Japan* **89**, 044709 (2020). DCA による検証は T. A. Maier and D. J. Scalapino, *Phys. Rev. B* **84**, 180513 (2011)。
- [95] T. Misumi and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **96**, 155137 (2017) (Editor's suggestion).
- [96] S. Sayyad, E. W. Huang, M. Kitatani, M.-S. Vaezi, Z. Nussinov, A. Vaezi and H. Aoki,

- Phys. Rev. B **101**, 014501 (2020).
- [97] 菊池彦光、光藤誠太郎、利根川孝、太田仁、日本物理学会誌 **61**, 172 (2006)。
- [98] D. Ogura, H. Aoki and K. Kuroki, Phys. Rev. B **96**, 184513 (2017).
- [99] 単体の鉄が高圧下 ( $\sim 20$  GPa) の hcp 構造で数 K 級の超伝導体になることが清水克哉 (大阪大) グループにより発見されたことは良く知られている [K. Shimizu et al, nature **412**, 316 (2001)].
- [100] 軌道揺らぎ媒介ペアリングによる  $s_{++}$  ペアリングも提案されている [H. Kontani and S. Onari, Phys. Rev. Lett. **104**, 157001 (2010); S. Onari and H. Kontani, Phys. Rev. Lett. **109**, 137001 (2012)]. Ferro 軌道揺らぎと antiferro 軌道揺らぎの効果等も含め、Y. Yanagi, Y. Yamakawa, and Y. Ono, Phys. Rev. B **81**, 054518 (2010); Y. Yanagi et al, Phys. Rev. B **82**, 064518 (2011), T. Misawa, M. Imada, Nat. Commun. **5**, 5738 (2014); F. Yang et al, Phys. Rev. B **83**, 134502 (2011); T. Yamada, J. Ishizuka, and Y. Ono, J. Phys. Soc. Jpn. **83**, 043704 (2014) も参照。より最近では FeSe に対して Y. Yamakawa, S. Onari and H. Kontani, Phys. Rev. B **102**, 081108(R) (2020) で論じられている。
- [101] W. Malaeb, T. Yoshida, T. Kataoka, A. Fujimori, M. Kubota, K. Ono, H. Usui, K. Kuroki, R. Arita, H. Aoki, Y. Kamihara, M. Hirano, and H. Hosono, J. Phys. Soc. Japan **77**, 093714 (2008).
- [102] H. Takahashi et al, Nat. Mater. **14**, 1008 (2015); T. Yamauchi et al, Phys. Rev. Lett. **115**, 246402 (2015).
- [103] H. Aoki and H. Hosono, Physics World, Feb. 2015, p.31.
- [104] 宮本英昭、橘省吾 (編)「鉄 — 137 億年の宇宙誌」(東京大学総合研究博物館、2009)。
- [105] M. Tezuka, R. Arita and H. Aoki, Phys. Rev. Lett. **95**, 226401 (2005); Phys. Rev. B **76**, 155114 (2007).
- [106] Y. Murakami, P. Werner, N. Tsuji and H. Aoki, Phys. Rev. Lett. **113**, 266404 (2014).
- [107] 炭素が入った硫化水素において  $T_C = 288$  K (15 C) の超伝導も報告されている [E. Snider, N. Dasenbrock-Gammon, R. McBride, M. Debessai, H. Vindana, K. Venkatasamy, K.V. Lawler, A. Salamat and R.P. Dias, Nature **586**(2020) 373].
- [108] Edmund C. Stoner: *Magnetism and matter* (Methuen, London, 1934). ストローナーは

ケンブリッジで PhD をとった関連か、この本の謝辞でカピッツァ (Kapitza) との議論を感謝している。

- [109] S. Sakai, R. Arita, and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **70**, 172504 (2004); S. Sakai, R. Arita, K. Held and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **74**, 155102 (2006).
- [110] S. Sakai, R. Arita and H. Aoki, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 216402 (2007).
- [111] S. Sakai, R. Arita and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **70**, 172504 (2004).
- [112] 解説として、田仲由喜夫、浅野泰寛、横山毅人、*固体物理* **42** (2007) ; 総説として Y. Tanaka, M. Sato and N. Nagaosa, *J. Phys. Soc. Japan* **81** (2012) 011013.
- [113] 総説として、H. Tasaki, *J. Statistical Phys.* **84**, 535 (1996); *J. Phys.: Condens. Matter* **10**, 4353 (1998); *Prog. Theoret. Phys.* **99**, 489 (1998); A. Mielke and H. Tasaki, *Commun. Math. Phys.* **158**, 341 (1993). 解説として田崎晴明、*日本物理学会誌* **51**, 741 (1996)。H. Katsura et al, *EPL*, 91 (2010) 57007 も参照。ちなみに、A 副格子サイト数と B 副格子サイト数に差がある格子における平坦バンドの存在と、それに付随する zero-mode 波動関数を初期に注意したのは、B. Sutherland, *Phys. Rev. B* **34**, 5208 (1986) である。
- [114] K. Kusakabe and H. Aoki, *J. Phys. Soc. Japan* **61**, 1165 (1992).
- [115] K. Kusakabe and H. Aoki, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 144 (1994).
- [116] Y. Hatsugai and I. Maruyama, *EPL* **95**, 20003 (2011). 平坦バンドについては、桂法称、丸山 勲、*固体物理* **50**, 257 (2015) も参照。
- [117] E. Dagotto, E. Fradkin and A. Moreo, *Phys. Lett. B* **172**, 383 (1986). Weaire-Thorpe 模型については、E. Fradkin and M. Kohmoto, *Phys. Rev. B* **35**, 6017 (1987) も参照。
- [118] Y. Hatsugai, K. Shiraishi and H. Aoki, *New J. Phys.* **17**, 025009 (2015).
- [119] R. Arita, Y. Suwa, K. Kuroki and H. Aoki, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 127202 (2002); R. Arita, Y. Suwa, K. Kuroki and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **68**, 140403(R) (2003); Y. Suwa, R. Arita, K. Kuroki and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **68**, 174419 (2003). 解説としては有田亮太郎、諏訪雄二、黒木和彦、青木秀夫、*固体物理* **40**, 177 (2005)。Quantum wire にも候補がある [R. Arita, K. Kuroki, H. Aoki, A. Yajima, M. Tsukada, S. Watanabe, M. Ichimura, T. Onogi, T. Hashizume, *Phys. Rev. B* **57**, R6854 (1998)].

- [120] Y. Yamanoi, K. Takahashi, T. Hamada, N. Ohshima, M. Kurashina, Y. Hattori, T. Kusamoto, R. Sakamoto, M. Miyachi and H. Nishihara, *J. Mater. Chem. C* **3**, 4316 (2015).
- [121] ファンデルワールス結合した積層構造を作成することは van der Waals epitaxy と呼ばれるようになった。例えば、上野啓司、日本物理学会誌 **73** (2018) 74 を参照。この技法では、おもいがけないコンテキストで興味深い系を作る可能性があり、たとえば遷移金属ダイカルコゲナイドにおいてカイラル超伝導（時間反転を自発的に破った）の報告がある [A. Ribak et al, *Sci. Adv.* **6**, DOI:10.1126/sciadv.aax9480 (2020)]。
- [122] MgO の極性表面については R. Arita, Y. Tanida, S. Entani, M. Kiguchi, K. Saiki and H. Aoki *Phys. Rev. B* **69**, 235423 (2004)、解説は木口 学、有田亮太郎、斉木幸一郎、青木秀夫、*固体物理* **41**, 13 (2006)、アルカリハライド／金属界面における金属誘起ギャップ中状態については M. Kiguchi, R. Arita, G. Yoshikawa, Y. Tanida, M. Katayama, K. Saiki, A. Koma and H. Aoki, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 196803 (2003)、有機絶縁体／金属界面における金属誘起ギャップ中状態については M. Kiguchi, R. Arita, G. Yoshikawa, Y. Tanida, S. Ikeda, S. Entani, I. Nakai, H. Kondoh, T. Ohta, K. Saiki, and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **72**, 075446 (2005); R. Arita et al, *Phys. Rev. B* **69**, 115424 (2004)、解説は木口 学、斉木幸一郎、有田亮太郎、青木秀夫、*固体物理* **39**, 13 (2004)。
- [123] S. Okada, R. Arita, A. Oshiyama, Y. Matsuo, E. Nakamura and H. Aoki, *Chem. Phys. Lett.* **399**, 157 (2004).
- [124] “40 years of the quantum Hall effect”と題された review は、K. von Klitzing, T. Chakraborty, P. Kim, V. Madhavan, X. Dai, J. McIver, Y. Tokura, L. Savary, D. Smirnova, A. M. Rey, C. Felser, J. Gooth and X. Qi, *Nature Reviews Physics* **2**, 397 (2020)。
- [125] 例えば安藤恒也（編）「量子効果と磁場」（丸善,1995）、青木秀夫、*数理科学* **32**, No.5, p.17 (1994) [別冊数理科学「現代物理の展開 — 発見と創造のドラマ」（サイエンス社、1997）, p. 117 に再録]。
- [126] Hideo Aoki, PhD thesis (Univ. Tokyo, 1978).
- [127] H. Aoki, *J. Phys. C: Solid State Phys.* **10**, 2583 (1977).

- [128] Philip W. Anderson: *A career in theoretical physics*, 2nd ed. (World Scientific, 2005).
- [129] 強磁場というのは、もちろん物理で重要な道具で、日本にも物性研などをはじめとして強磁場装置の伝統がある [三浦登、*固体物理* **35**, 151 (2000); N. Miura and F. Herlach: *Strong and ultrastrong magnetic fields and their applications* (Springer, 1985)]. 2018年には、物性研の国際超強磁場研究施設で 1000 T を超える磁場の発生に成功した [Rev. Sci. Instruments **89**, 095106 (2018)] のも記憶に新しい。
- [130] H. Aoki and H. Kamimura, *Solid State Commun.* **21**, 45 (1977).
- [131] T. Ando, Y. Matsumoto and Y. Uemura, *J. Phys. Soc. Japan* **39** (1975) 279. 長岡 洋介 (著), 高山 一 (著), 安藤 恒也 「局在・量子ホール効果・密度波」 (岩波、1993); 安藤 恒也 (編) 「量子効果と磁場」 (丸善、1995) も参照。
- [132] A. Sommerfeld, *Annalen der Physik* **51**, 1 (1916).
- [133] 当時の量子ホール効果総説としては青木秀夫: 量子ホール効果 (「物理学最前線」第 11 巻) (共立出版、1985); H. Aoki *Rep. Progr. Phys.* **50**, 655 (1987). より最近では青木秀夫、*日本物理学会誌* **61**, 19 (2006); H. Aoki in P. Bhattacharya, R. Fornari and H. Kamimura (ed.): *Comprehensive Semiconductor Science & Technology*, Vol. 1 (Elsevier, 2011), pp.175-209.
- [134] H. Aoki and T. Ando, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 831 (1985); T. Ando and H. Aoki, *J. Phys. Soc. Japan* **54**, 2238 (1985).
- [135] H. Aoki, *J. Phys. C: Solid State Phys.* **16**, L205 (1983); **17**, 1875 (1984); *Phys. Rev. B* **33**, 7310 (1986); T. Terao, T. Nakayama and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **54**, 10350 (1996). 解説としては、寺尾貴道、中山恒義、青木秀夫、*固体物理* **32**, 671 (1997); T. Nakayama and K. Yakubo: *Fractal concepts in condensed matter physics* (Springer, 2003).
- [136] H. Aoki and T. Ando, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 3093 (1986). なお、この論文の脚注 15 では Stokes 定理についての誤った記述がある。
- [137] Y. Huo and R.N. Bhatt, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1375 (1992); K. Yang and R. N. Bhatt, *Phys. Rev. B* **59**, 8144 (1999).
- [138] H. Aoki, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 1136 (1985).
- [139] Q. Niu, D. J. Thouless and Y. S. Wu. *Phys. Rev. B* **31**, 3372 (1985). H. Katsura and T.

- Koma, *J. Math. Phys.* **59**, 031903 (2018) も参照。
- [140] 不規則性と多体効果についての 1980 年代の総説としては H. Kamimura and H. Aoki: *Physics of Interacting Electrons in Disordered Systems* (International Series of Monographs on Physics 76), Oxford Univ. Press, Oxford, 1989.
- [141] Y. Hatsugai, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3697 (1993). 総説として Y. Hatsugai, *J. Phys.: Condens. Matter* **9**, 2507 (1997).
- [142] 量子ホール系の端伝導については、小宮山進、*固体物理* **48**, 35 (2013); **54**, 171 (2019) が詳しい。
- [143] 1990 年代の review の例は YKIS1991 講義録の、Paul Wiegmann, *Progress of Theoretical Physics Supplement* **107**, 243 (1992).
- [144] 解説は例えば、町田 理、花栗哲郎、*日本物理学会誌* **75**, 570 (2006)、総説は例えば、T. Shibauchi, T. Hanaguri and Y. Matsuda, *J. Phys. Soc. Japan* **89**, 102002 (2020).
- [145] Laura Classen, *Physics* **13**, 23 (2020).
- [146] H. Aoki, M. Ando and H. Matsumura *Phys. Rev. B* **54**, R17296 (1996). 最近では、平坦バンド・ランダウ量子化において“quantum distance”の観点からも調べられている [J. Rhim et al, *Nature* **584**, 59 (2020)].
- [147] P. J. Mohr, B. N. Taylor, and D. B. Newell, *Rev. Mod. Phys.* **80**, 633 (2008). QED の精密計算による  $g$  因子および微細構造定数の決定については V. W. Hughes and T. Kinoshita, *Rev. Mod. Phys.* **71**, S133 (1999) ; 仁尾真紀子、木下東一郎、*日本物理学会誌* **61**, 565 (2006)。
- [148] K. von Klitzing, *Nature Phys.* **13** (2017) 198. CGPM の歴史的ヴェルサイユ会議 (2018 年 11 月) の模様は <https://www.bipm.org/en/news/full-stories/2018-12-cgpm-outcomes.html> で見ることができる。藤井賢一、*日本物理学会誌* **69**, 604 (2014) も参照。
- [149] S. Kamefuchi et al (eds): *Proc. Int. Symp. “Foundations of quantum mechanics in the light of new technology”* (Phys. Soc. Japan, 1984).
- [150] M. Namiki et al (eds): *Proc. 2nd Int. Symp. “Foundations of quantum mechanics in the light of new technology”* (Phys. Soc. Japan, 1987).

- [151] 青木秀夫、固体物理 **24**, 777 (1989) ; **26**, 73 (1991) ; 科学 **61**, 388 (1991)。Fabry-Perot 干渉計を使った最新の実験は J. Nakamura, S. Liang, G.C. Gardner, M.J. Manfra, arXiv:2006.14115 で報告されている。
- [152] 数学者の書いた随筆 (松本幸夫、数理科学、1993 年 3 月号、p.10) に、「めんどうな事は次元を上げれば逃げられる」とある。ここでめんどうな事というのは数学的に扱いにくい問題の意、また、このコメントは高次元トポロジーについてのもので、逆に低次元は予測のつかない世界、という趣旨。
- [153] 例えば、中島龍也、青木秀夫、固体物理 **34**, 339 (1999)。
- [154] T. Nakajima and H. Aoki, Phys. Rev. Lett. **73**, 3568 (1994). 解説としては、中島龍也、青木秀夫、日本物理学会誌 **50**, 725 (1995)。T. Nakajima and M. Ueda, Phys. Rev. Lett.**91**, 140401 (2003); R.L. Doretto et al, Phys. Rev. B **72**, 035341 (2005) も参照。
- [155] Zyun Francis Ezawa: *Quantum Hall Effects* 3rd Ed. (World Scientific, 2013) が詳しい。
- [156] T. Nakajima and H. Aoki, Phys. Rev. B **52**, 13780 (1995). スピン・スクイーズド状態については T. Nakajima and H. Aoki, Phys. Rev. B **56**, R15549 (1997)。
- [157] M. Onoda, T. Mizusaki, T. Otsuka and H. Aoki, Phys. Rev. Lett. **84**, 3942 (2000)。
- [158] D. Maryenko, J. Falson, Y. Kozuka, A. Tsukazaki, M. Onoda, H. Aoki and M. Kawasaki, Phys. Rev. Lett. **108**, 186803 (2012)。
- [159] N. Shibata and D. Yoshioka, J. Phys. Soc. Japan **72**, 664 (2003)。
- [160] G. Moore and N. Read, Nucl. Phys. B **360**, 362 (1991); M. Greiter, X. G. Wen, and F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **66**, 3205 (1991); R. H. Morf, Phys. Rev. Lett. **80**, 1505 (1998); E. H. Rezayi and F. D. M. Haldane, Phys. Rev. Lett. **84**, 4685 (2000)。文献 [19] 第 III 卷 6.5 節も参照。
- [161] M. Onoda, T. Mizusaki and H. Aoki, Phys. Rev. B **64**, 235315 (2001); *Proc. 15th Int. Conf. on High Magnetic Fields in Semiconductor Physics*, ed. by A.R. Long and J.H. Davies (Institute of Physics, Bristol, 2003), A50。
- [162] H. Aoki in *High Magnetic Fields in Semiconductor Physics III — Quantum Hall Effect*, ed. by G. Landwehr (Springer, Berlin, 1992), pp.17-26。

- [163] Nachruf は *Physikalische Blätter* **38**, 299 (1982).
- [164] 初貝安弘、青木秀夫、*固体物理* **45**, 457 (2010) ; 青木秀夫、*固体物理* **45**, 753 (2010)。
- [165] Hideo Aoki and Mildred S. Dresselhaus (ed.): *Physics of graphene* (Springer, 2014).
- [166] Toshiaki Enoki and Tsuneya Ando (eds.): *Physics and Chemistry of Graphene (Second Edition): Graphene to Nanographene* (Jenny Stanford Publishing, 2019).
- [167] Y. Hatsugai, T. Fukui and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **74**, 205414 (2006). 総説としては Y. Hatsugai and H. Aoki in H. Aoki and M. S. Dresselhaus (ed.): *Physics of graphene* (Springer, 2014), Ch.7. ちなみに、この理論ではフェルミ・エネルギーを van Hove 特異点まで上げたときも論じているが、最近イッテルビウムの intercalation により、その近くまで行けるという提案がある [P. Rosenzweig, H. Karakachian, S. Link, K. Küster, and U. Starke, *Phys. Rev. B* **100**, 035445 (2019)]。
- [168] 小林晃人、片山新也、鈴木順三、*固体物理* **41**, 250 (2006) ; 片山新也、小林晃人、鈴木順三、*日本物理学会誌* **62**, 99 (2007)。
- [169] T. Kawarabayashi, Y. Hatsugai and H. Aoki, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 156804 (2009); T. Kawarabayashi, T. Morimoto, Y. Hatsugai and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **82**, 195426 (2010); T. Kawarabayashi, Y. Hatsugai, T. Morimoto and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **83**, 153414 (2011); Y. Hatsugai, T. Kawarabayashi and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **91**, 085112 (2015); T. Kawarabayashi, H. Aoki and Y. Hatsugai, *Phys. Rev. B* **94**, 235307 (2016).
- [170] T. Kawarabayashi, H. Aoki and Y. Hatsugai, *Proc. 34th Int. Conf. on Physics of Semiconductors*, Montpellier, France, July 2018 [*Phys. Status Solidi B*, 2019, 1800524 (2019)]. Fermion doubling と格子構造の関連については、M. Creutz and T. Misumi, *Phys. Rev. D* **82**, 074502 (2010) も参照。
- [171] H. Watanabe, Y. Hatsugai and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **82**, 241403(R) (2010); *J. Phys.: Conf. Ser.* **334**, 012044 (2011).
- [172] N. Shima and H. Aoki, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 4389 (1993).
- [173] J. Bai et al, *Nature Nanotech.* **5**, 190 (2010).
- [174] B. I. Halperin, *Jpn. J. Appl. Phys.* **26**, Suppl. 26-3, 1913 (1987); M. Kohmoto, B. I. Halperin, and Y. Wu, *Phys. Rev. B* **45**, 13488 (1992). G. Montambaux and M. Kohmoto,

- Phys. Rev. B **41** (1990) 11417 も参照。
- [175] M. Koshino, H. Aoki, K. Kuroki, S. Kagoshima and T. Osada, Phys. Rev. Lett. **86**, 1062 (2001); M. Koshino, H. Aoki, T. Osada, K. Kuroki and S. Kagoshima, Phys. Rev. B **65**, 045310 (2002); M. Koshino, H. Aoki and T. Osada, Phys. Rev. B **65**, 205311 (2002); M. Koshino, H. Aoki and B. I. Halperin, Phys. Rev. B **66**, 081301(R) (2002); M. Koshino and H. Aoki, Phys. Rev. B **67**, 195336 (2003); Phys. Rev. B **69**, 081303(R) (2004).
- [176] H. Aoki, M. Koshino, H. Morise, D. Takeda and K. Kuroki, Phys. Rev. B **65**, 035102 (2001).
- [177] M. Koshino and H. Aoki, Phys. Rev. B **71**, 73405 (2005).
- [178] M. Fujita et al, Phys. Rev. B **51**, 13778 (1995). その後、ストックホルムの藤田伸尚氏等が、さらに詳しく zeolitic graphite の電子構造を調べている [N. Fujita and O. Terasaki, Phys. Rev. B **72**, 085459 (2005)].
- [179] M. Koshino and H. Aoki, Phys. Rev. B **93**, 041412(R) (2016). これについては、川添良幸氏（東北大）のグループも調べている [H. Weng et al, Phys. Rev. B **92**, 045108 (2015)].
- [180] Y. Tanabe, Y. Ito, K. Sugawara, D. Hojo, M. Koshino, T. Fujita, T. Aida, X. Xu, Khuong K. Huynh, H. Shimotani, T. Adschiri, T. Takahashi, K. Tanigaki, H. Aoki, and M. Chen, Advanced Materials **28**, 10304 (2016).
- [181] Y. Ito, Y. Tanabe, K. Sugawara, M. Koshino, T. Takahashi, K. Tanigaki, H. Aoki, and M. Chen, Phys. Chem. Chem. Phys., DOI: 10.1039/c7cp07667c.
- [182] 総説は今村裕志、青木秀夫、Peter A. Maksym、日本物理学会誌 **53**, 36 (1998) ; P. A. Maksym, H. Imamura, G. Mallon and H. Aoki, J. Phys.: Condensed Matter **12**, R299 (2000).
- [183] S. Gershtein and Y. B. Zeldovich, Lett. Nuovo Cimento **1**, 835 (1969); W. Greiner, B. Müller, and J. Rafelski, *Quantum electrodynamics of strong fields* (Springer, New York, 1985).
- [184] P.A. Maksym and H. Aoki, Phys. Rev. B **88**, 081406(R) (2013).

- [185] P. A. Maksym and H. Aoki, arXiv:1911.03077.
- [186] 実験的には例えば G. Li et al, Nature Phys. **6**, 109 (2010); T. Ohta et al, Phys. Rev. Lett. **109**, 186807 (2012)、理論的には例えば E.S. Morell et al, Phys. Rev. B **82**, 121407(R) (2010)。
- [187] K. Ikushima, H. Sakuma, S. Komiyama, and K. Hirakawa, Phys. Rev. Lett. **93**, 146804 (2004).
- [188] H. Aoki, Appl. Phys. Lett. **48**, 559 (1986).
- [189] T. Morimoto, Y. Hatsugai and H. Aoki, Phys. Rev. B **78**, 073406 (2008).
- [190] T. Morimoto, Y. Hatsugai and H. Aoki, Phys. Rev. Lett. **103**, 116803 (2009).
- [191] Y. Ikebe, T. Morimoto, R. Masutomi, T. Okamoto, H. Aoki and R. Shimano, Phys. Rev. Lett. **104**, 256802 (2010). 関連する仕事は A. V. Stier, C. T. Ellis, J. Kwon, H. Xing, H. Zhang, D. Eason, G. Strasser, T. Morimoto, H. Aoki, H. Zeng, B. D. McCombe, and J. Cerne, Phys. Rev. Lett. **115**, 247401 (2015). 森本高裕、池辺 洋平、島野 亮、青木 秀夫、日本物理学会誌 **66**, 365 (2011) も参照。その後、他の系、例えばゲルマニウム量子井戸におけるスピン分裂した重い正孔でも観測されている [M. Failla, J. Keller, G. Scalari, C. Maissen, J. Faist, C. Reichl, W. Wegscheider, O.J. Newell, D.R. Leadley, M. Myronov and J. Lloyd-Hughes, New J. Phys. **18**, 113036 (2016)].
- [192] R. Shimano, G. Yumoto, J. Y. Yoo, R. Matsunaga, S. Tanabe, H. Hibino, T. Morimoto and H. Aoki, Nature Commun. **4**, 1841 (2013).
- [193] Ilya Prigogine, *From being to becoming* (Freeman, 1980). ちなみに、プリゴジンは非可逆過程の大家で、教科書的なこととしては、非平衡の熱・統計力学において、エントロピー生成速度最小原理があるが、その発展形としての不等式を導いている（例えば、鈴木増雄：統計力学（岩波書店、1994）、§ 4-8 参照）。
- [194] 講演者は、物性物理からは岡 隆史、岡本 博、遠山貴己、田中耕一郎、ハドロン物理からは初田哲男、志垣賢太、板倉数記、双方にまたがる中村 真、橋本幸士の各氏。
- [195] 例えば、T. Schaefer, Phys. World, June 2003, p.31. 最近の文献は The STAR Collaboration, Nature **548**, 62 (2017).
- [196] 岡 隆史、青木秀夫、日本物理学会誌 **67**, 234 (2012)。

- [197] T. Oka, R. Arita and H. Aoki, Phys. Rev. Lett. **91**, 066406 (2003).
- [198] T. Oka and H. Aoki, Phys. Rev. Lett. **95**, 137601 (2005)。総説は T. Oka and H. Aoki in A.K. Sen et al (eds.): *Lecture Notes in Physics* **762**, pp. 251-285 (Springer Verlag, 2009)。より最近では、円偏光照射による Schwinger 効果が、ギャップをもつ 2 次元 Dirac 系やマスレス 3 次元 Dirac 系に対して論じられている [S. Takayoshi, J. Wu, and T. Oka, arXiv:2005.01755]。
- [199] 今野紀雄、日本物理学会誌 **61**, 491 (2006)。
- [200] T. Oka, N. Konno, R. Arita and H. Aoki, Phys. Rev. Lett. **94**, 100602 (2005)。
- [201] T. Oka and H. Aoki, Phys. Rev. B **78**, 241104(R) (2008)。
- [202] Mott 絶縁体における多体 Schwinger-Landau-Zener 機構の Bethe 仮説解による扱いは T. Oka and H. Aoki, Phys. Rev. B **81**, 033103 (2010); T. Oka, Phys. Rev. B **86**, 075148 (2012)。電場下の Mott 絶縁体を non-Hermitian 系ととらえる定式化は T. Fukui and N. Kawakami, Phys. Rev. B **58**, 16051 (1998) によって始められた。Non-Hermitian な場合は最近では様々なコンテキストから精力的に調べられている [例えば R. El-Ganainy et al, Nature Phys. **14**, 11 (2018)]。
- [203] N. Horiguchi, T. Oka and H. Aoki, J. Phys.: Conf. Series **150**, 032007 (2009)。
- [204] 青木秀夫、日本物理学会誌 **64**, 80 (2009) ; 原子核研究 **53**, Suppl. 3 (南部特集号) , 183 (2009)。
- [205] Y. Nambu, Phys. Rev. **117**, 648 (1960)。
- [206] J.R. Schrieffer: *Theory of superconductivity* (Benjamin, 1964)。
- [207] BCS 理論の 50 周年を記念して L. N. Cooper and D. Feldman (eds.): *BCS: 50 Years* (World Scientific, Singapore, 2011) が出版されている。この書評は青木秀夫、日本物理学会誌 **67**, 414 (2012)。
- [208] N. Tsuji, T. Oka, and H. Aoki, Phys. Rev. B **78**, 235124 (2008)。
- [209] N. Tsuji, T. Oka, and H. Aoki, Phys. Rev. Lett. **103**, 047403 (2009)。
- [210] Y. Murakami, P. Werner, N. Tsuji and H. Aoki, Phys. Rev. B **91**, 045128 (2015)。
- [211] Y. Murakami, P. Werner, N. Tsuji and H. Aoki, Phys. Rev. B **93**, 094509 (2016); N. Tsuji, Y. Murakami and H. Aoki, Phys. Rev. B **94**, 224519 (2016)。

- [212] 村上雄太、辻直人、青木秀夫、固体物理 **53**, 209 (2018)。Cavalleri グループの主張するパラメータ共鳴については、M.H. Michael et al, Phys. Rev. B **102**, 174505 (2020) も参照。
- [213] 例えば、浩瀚な教科書 [George B. Arfken and Hans J. Weber: *Mathematical methods for physicists* (Elsevier, 6th ed., 2005)] にも、Floquet 定理は Mathieu 関数の節の最後の方に申し訳程度に言及されているに過ぎない。
- [214] T. Kitagawa, T. Oka, A. Brataas, L. Fu, and Eugene Demler, Phys. Rev. B **84**, 235108 (2011).
- [215] T. Oka and H. Aoki, J. Phys.: Conference Series **148** (2009) 012061; J. Phys.: Conference Series **200** (2010) 062017; J. Phys.: Conference Series **334** (2011) 012060.
- [216] H. Dehghani, T. Oka, and A. Mitra, Phys. Rev. B **91**, 155422 (2015).
- [217] Y. H. Wang, H. Steinberg, P. Jarillo-Herrero, and N. Gedik, Science **342**, 453 (2013).
- [218] M.C. Rechtsman et al, Nature **496**, 196 (2013); J. Guglielmon, S. Huang, K. P. Chen, and M. C. Rechtsman, Phys. Rev. A **97**, 031801(R) (2018).
- [219] G. Jotzu, M. Messer, R. Desbuquois, M. Lebrat, T. Uehlinger, Daniel Greif and T. Esslinger, Nature **515**, 237 (2014).
- [220] T. Mikami, S. Kitamura, K. Yasuda, N. Tsuji, T. Oka and H. Aoki, Phys. Rev. B **93**, 144307 (2016).
- [221] この Chern number の計算は、福井・初貝・鈴木法 [T. Fukui, Y. Hatsugai, and H. Suzuki, J. Phys. Soc. Jpn. **74**, 1674 (2005)] により可能になった。
- [222] R. Wang, W. Chen, B. Wang and D. Y. Xing, Sci. Rep. **6**, 20075 (2016); S. Ebihara, K. Fukushima, and T. Oka, Phys. Rev. B **93**, 155107 (2016).
- [223] T. Morimoto, H. C. Po, and A. Vishwanath, Phys. Rev. B **95**, 195155 (2017).
- [224] H. Kim, H. Dehghani, H. Aoki, I. Martin, and M. Hafezi, Phys. Rev. Research **2**, 043004 (2020). 空間変調された光照射については、 $p+ip$  超伝導にアナログな状態を生成する提案 [Y. T. Katan and D. Podolsky, Phys. Rev. Lett. **110**, 016802 (2013)] などもある。
- [225] S. Kitamura and H. Aoki, Phys. Rev. B **94**, 174503 (2016).

- [226] T. Kaneko et al, Phys. Rev. Lett. **122**, 077002 (2019). 解説は、金子竜也、白川知功、柚木誠司、固体物理 **55**, 21 (2020).
- [227] N. Tsuji, P. Barmettler, H. Aoki and P. Werner, Phys. Rev. B **90**, 075117 (2014); S. Sayyad, N. Tsuji, A. Vaezi, M. Capone, M. Eckstein and H. Aoki, Phys. Rev. B **99**, 165132 (2019).
- [228] S. Takayoshi, H. Aoki and T. Oka, Phys. Rev. B **90**, 085150 (2014). 佐藤正寛、高吉慎太郎、岡 隆史、日本物理学会誌 **72**, 783 (2017) も参照。
- [229] S. Kitamura, T. Oka and H. Aoki, Phys. Rev. B **96**, 014406 (2017).
- [230] R. Matsunaga, N. Tsuji, H. Fujita, A. Sugioka, K. Makise, Y. Uzawa, H. Terai, Z. Wang, H. Aoki, and R. Shimano, Science **345**, 1145 (2014). 松永隆佑、辻 直人、青木秀夫、島野 亮、固体物理 **50**, 411 (2015) も参照。
- [231] 南部は Higgs 粒子とも関連深いといえる。Peter Higgs 自身、ヒッグス粒子を考えたのは 1961 年に南部・Jona-Lasinio の論文を読んだのがきっかけだった、と述べている [P. Higgs in L. Hoddeson et al. (eds): *The rise of the standard model — particle physics in the 1960s and 1970s* (Cambridge Univ. Press, 1997)]. Phil Anderson も、自分の理論は南部とのコンタクトから great impetus を受けたと述べている [P.W. Anderson: *A career in theoretical physics* (World Scientific, 1994)].
- [232] R. Matsunaga et al, Phys. Rev. Lett. **111**, 057002 (2013).
- [233] N. Tsuji and H. Aoki, Phys. Rev. B **92**, 064508 (2015).
- [234] P. W. Anderson, Phys. Rev. **112**, 1900 (1958).
- [235] N. Tsuji, Y. Murakami and H. Aoki, Phys. Rev. B **94**, 224519 (2016).
- [236] R. Matsunaga, N. Tsuji, K. Makise, H. Terai, H. Aoki, and R. Shimano, Phys. Rev. B **96**, 020505(R) (2017). より最近の文献は、N. Tsuji and Y. Nomura, Phys. Rev. Research **2**, 043029 (2020).
- [237] D. Pekker and C.M. Varma, Annu. Rev. Condens. Matter Phys. **6**, 269 (2015).
- [238] K. Katsumi, N. Tsuji, Y. I. Hamada, R. Matsunaga, J. Schneeloch, R. D. Zhong, G. D. Gu, H. Aoki, Y. Gallais, and R. Shimano, Phys. Rev. Lett. **120**, 117001 (2018) (Editor's suggestion).

- [239] Y. Murotani, N. Tsuji and H. Aoki, Phys. Rev. B **95**, 104503 (2017).
- [240] T. Jujo, J. Phys. Soc. Jpn **87**, 024704 (2018).
- [241] Y. Murotani and R. Shimano, Phys. Rev. B **99**, 224510 (2019).
- [242] Benfatto らのグループは  $\text{MgB}_2$  に関する実験の論文を出しており [F. Giorgianni et al, Nature Phys. **15**, 341 (2019)], そこでは THz pump-THz probe で見える強制振動をレゲットモードと解釈している。
- [243] 町田等は銅酸化物超伝導体における固有ジョセフソン効果も調べており、解説として、小山富男、町田昌彦、松本秀樹、固体物理 **40**, 773 (2005)。
- [244] Y. Ota, M. Machida, T. Koyama and H. Aoki, Phys. Rev. B **83**, 060507(R) (2011).
- [245] *International Symposium on New Horizons in Condensed Matter Physics* は 2016 年 6 月に常行真司氏を組織委員長として東大小柴ホールで開催され、招待講演者は F. Duncan M. Haldane (Princeton), Ryo Shimano (Tokyo), Koji Hashimoto (Osaka), Hiroshi Ooguri (Caltech/Kavli IPMU), Hideo Aoki (Tokyo/AIST), Piotr Maksym (Leicester), Yoshiro Takahashi (Kyoto), Karsten Held (Wien), Jun Akimitsu (Okayama/Hiroshima), Ryotaro Arita (RIKEN), Philipp Werner (Fribourg), Kazuhiko Kuroki (Osaka).
- [246] 2001 年に行われた「物理学の明日」という座談会が日本物理学会誌 **56**, 648 (2002) に収録されているが、20 年後の今日、当然乍らそこでの議論が正鵠を射ていた部分もあり、射ていない部分もあるといえよう。
- [247] 青木秀夫：日本物理学会誌 **57**, 118 (2002)。ちなみに Bloch については、最近 Walecka が採録した教科書が出ている [Felix Bloch: *Fundamentals of statistical mechanics* (Imperial Colleg press/World Scientific, 2000)]。
- [248] 青木秀夫：「超伝導入門」(裳華房、2009)。
- [249] <http://www.utp.or.jp/book/b297558.html>
- [250] 例えば、J. Al-Khalili and J. McFadden: *Life on the edge — The coming age of quantum biology* (Crown, 2015).
- [251] 例えば、X. Fang et al, Rev. Mod. Phys. **91**, 045004 (2019).
- [252] H. Katsura and H. Aoki, J. Math. Phys. **47**, 032301 (2006).
- [253] S. Endo, T. Oka and H. Aoki, Phys. Rev. B **81**, 113104 (2010).

- [254] H. Watanabe and H. Murayama, Phys. Rev. Lett. **108**, 251602 (2012); 渡辺悠樹、村山 齊、日本物理学会誌 **68**, 200 (2013).
- [255] H. Watanabe, H. C. Po, A. Vishwanath, M. P. Zaletel, Proc. Natl. Acad. Sci. **112**, 14551 (2015); H. C. Po, A. Vishwanath, H. Watanabe, Nat. Commun. **8**, 50 (2017). 解説は、渡辺悠樹、日本物理学会誌 **72**, 10 (2017); 固体物理 **54** (2019) 505。
- [256] 青木秀夫、固体物理 **48**, 193 (2013)。
- [257] Quadrivium については M. Lundy, A. Ashton, J. Martineau, and D. Sutton: *Quadrivium: The four classical liberal arts of number, geometry, music, & cosmology* (Bloomsbury, 2010) が豊富な題材で楽しめる良書。中世においても、作曲家の Hildegard von Bingen は、同時にドイツにおける自然科学の始祖の一人とされている（例えば <https://www.britannica.com/biography/Saint-Hildegard> 参照）。また、2014 年には東大 駒場キャンパスで「物理・生理・心理 三学を交差する音楽論」というシンポジウム（パネリストは、Hermann Gottschewski（総合文化研究科、東大オルガン委員もつとめる）等）が開かれた。
- [258] Bern の Einstein-Haus の展示に見られる言葉。